

Permanente magneter (10 point)

Stærke permanente magneter er lavet af en NdFeB legering som tillader et meget bredt hysteresese loop. Det gør, at man kan opnå en magnetisering J , som er uændret under en lang række forskellige anvendelser. I det følgende antages, at magnetiseringen er konstant $J \equiv 1.5 \text{ T}/\mu_0$, hvor $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$. Magnetiseringen af alle permanente magneter er homogen. *Magnetiseringen J er defineret som tætheden af magnetisk dipolmoment, altså dipolmoment pr rumfang.*

Vink 1: Følgende formel kan være nyttig:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}.$$

Vink 2: Det magnetiske felt omkring en kugleformet magnet er identisk med feltet omkring en punktformig (dvs uendeligt lille) magnetisk dipol. Feltet omkring magneter med en anden form er ækvivalent med feltet omkring en punktformig dipol, når afstanden er meget større end magnetens udstrækning.

Vink 3: E-felter og B-felter omkring elektriske og magnetiske punktformige dipoler ligner hinanden, sådan at man kan få det ene fra det andet ved bare at gange med en konstant faktor.

Vink 4: Det felt, som induceres af randbetingelser, kan altid erstattes af en konfiguration af virtuelle feltkilder uden for randen.

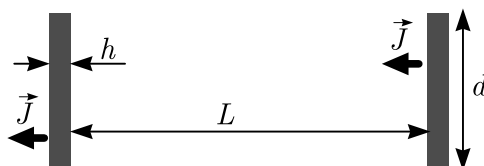
Del A. Vekselvirkning mellem magneter (4,5 point)

Når afstanden til en magnet er væsentligt større end magnetens udstrækning, vil det magnetiske felt skabt af magneten med tilnærmelse være lig med magnetfeltet hidrørende fra det magnetiske dipolmoment \vec{m} . Her benyttes bogstavet m i stedet for bogstavet μ .

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} (2\vec{m}_{\parallel} - \vec{m}_{\perp}).$$

Her er $r = |\vec{r}|$, og vi har opløst dipolmomentet i to komponenter henholdsvis vinkelret på og parallel med vektoren \vec{r} fra magneten/dipolen til observationspunktet, så $\vec{m} = \vec{m}_{\perp} + \vec{m}_{\parallel}$

- A.1** Bestem størrelsen af kraften mellem to cylinderformede magneter med fælles akse (coaksiale) med afstanden $d = 20 \text{ mm}$ og tykkelse $h = 2 \text{ mm}$, magnetiseret parallelt med deres fælles akse. Her er $L = 20 \text{ cm}$, og man kan regne med at $L \gg d, h$. 0.6pt



- A.2** Ved afstande, som er meget større end $\frac{h}{2}$, er feltet fra en magnet (fra del A.1) identisk med feltet fra en cirkulær strøm I . Bestem I . 0.4pt

A.3 Find kraften mellem magneterne fra før (opgave A.1), hvis vi i stedet har $L = 5 \text{ mm}$. Du kan antage at $d \gg L \gg h$. 1.0pt

A.4 Nu betragter vi kugleformede, permanente magneter med diameter $\delta = 5 \text{ mm}$, som gennem magnetisk tiltrækning danner en kæde. Kæden hænger frit ned fra den første kugle, som er fastgjort. Find den maksimale længde l , for hvilken kæden netop ikke knækker. Densiteten af legeringen NdFeB er $\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$. 1.0pt

A.5 Betragt igen kæden fra del A.4. Udled et udtryk for størrelsen af det magnetiske B -felt i et punkt P i afstanden r fra et af kædens endepunkter O , sådan at kæden og linjen OP danner vinklen θ (se figur). Antag, at $l \gg r$ og $r \sin \theta \gg \delta$. 1.5pt



Del B. Kræfter mellem ferromagneter (3,5 point)

Udover permanente magneter har vi også plader af ferromagnetisk materiale (jern, som vi har fx i jernkerner i transformatorer). I dette materiale kan man antage, at den magnetiske permeabilitet ca 10^5 gange så stor som vacuumpermeabiliteten μ_0 .

Vink 5: Stor magnetisk permeabilitet af et legemes materiale betyder, at magnetiske feltlinjer udenfor legemet er næsten ortogonale til legemets overflade, på samme måde som elektriske feltlinier nær ved et ledende legeme.

- | | | |
|------------|--|-------|
| B.1 | En kugleformet magnet fra del A.4 befinder sig i afstanden $s = \delta$ fra en tyk ferromagnetisk plade, som er uendelig (se svararket). Magnetiseringen af kuglen er vinkelret på pladen.
Skitsér feltlinjerne i tværsnittet vist på svararket. På figuren er angivet tre punkter, 1, 2 og 3. Du skal den udstrækning, som pladsen tillader, skitsere de feltlinjer som passerer gennem hvert af de tre punkter. | 1.0pt |
| B.2 | Nu anbringes den kugleformede magnet i direkte kontakt med pladen. Du skal med med flueben i svararket angive de korrekte mulige retninger af kuglens magnetiseringsvektor, som udviser en <i>stabil</i> ligevægt, samt retningen af normalkraften mellem pladen og magneten. Bemærk, at der trækkes point for ukorrekte flueben. | 1.0pt |
| B.3 | Nu anbringes en magnet (fra A.1) mellem to tykke, cirkulære ferromagnetiske plader med diameter $D = 2d$, så magnetens flade ender presses mod pladerne og alle tre skiver er coaksiale. Bestem den kraft F , som påvirker hver af pladerne.
<i>Vink:</i> Du kan se bort fra magnetfeltet både udenfor pladerne såvel som i gabet mellem pladerne. | 1.5pt |

Del C. (Anti-)ferromagnetisk orden (2 point)

Magnetiske egenskaber for materialer skyldes dipolmonter af elektroner og atomkerner. Hvis (flere) dipolmomenter orienterer sig parallelt, vil feltet skabt af dem tilsammen forstærkes - sådanne materialer er ferromagnetiske.

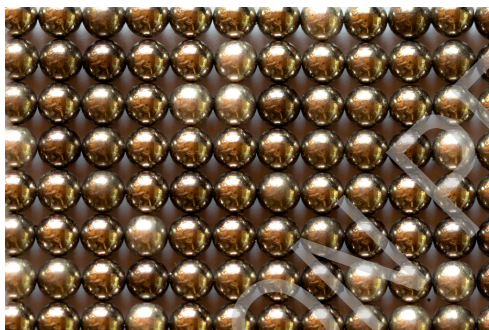
Hvis de omvendt orienterer sig modsat deres nabo, vil feltet udlignes - sådanne materialer er anti-ferromagnetiske.

I det følgende betragter vi et stort antal kugleformede magneter (som i A.4), der (på flere måder) kan arrangeres i todimensionale periodiske gitter; se **virkelige fotos af stabile konfigurationer** nedenfor. Antag, at alle magnetiseringsvektorer ligger i billedplanen. I dine beregninger skal du kun betragte kræfter mellem nabokugler (på billedet hørende til C.1 har en kugle fire naboer, men på billedet hørende til C.2 er der seks).

C.1 Vis på figuren nedenfor retningen af magnetiseringsvektoren. 0.8pt

Du forventes ikke at bevise, at din foreslåede konfiguration er den eneste mulighed. Men du skal gøre rede for, at den konfiguration, du foreslår, faktisk er stabil.

Find den energi som er nødvendig for at fjerne en kugle fra et eller andet sted midt inde i gitteret. Det forudsættes, at de andre magneter forbliver hvor de er. Er denne konfiguration model for den ferromagnetiske ordning eller for den antiferromagnetiske ordning i materiale?



C.2 Besvar de samme spørgsmål som i del C.1 for konfigurationen vist nedenfor. 1.2pt

