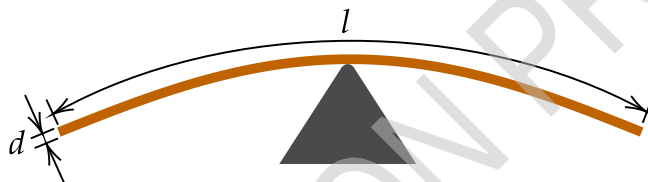


Skaleringslove (8 point)

Skaleringslove beskriver en funktionssammenhæng mellem to fysiske størrelser der skaleres sammen over et stort interval. Funktionssammenhængen kan være en potenslov, men det er også andre muligheder for sammenhænge. Ofte kan det være umuligt at finde et eksakt udtryk, men man kan udlede en skaleringslov.

Del A. Spaghetti (2,0 point)

- A.1** Et stykke ukogt spaghetti med diameter d balanceres horisontalt på midten. Hvis $d = 1$ mm, vil det knække under sin egen vægt, netop når det har længde på $l = 50$ cm eller mere. Hvad er den maksimale længde l' et stykke spaghetti kan være uden at knække under sin egen vægt, hvis $d' = 1$ cm? 2.0pt



Del B. Sandslotte (2,0 point)

- B.1** Det gennemsnitlige volumen af et sandkorn i grovkornet sand er 10 gange større end det gennemsnitlige volumen af et sandkorn i finkornet. Der bygges både en cylinder af vådt grovkornet sand og en cylinder af vådt finkornet sand, så de har præcis samme form og størrelse. Begge typer vådt sand indeholder den optimale mængde vand til at der kan bygges de stærkeste konstruktioner med det. Styrken af hver sandcylinder testes ved at presse den mellem 2 parallelle plader. Cylinderen af grovkornet sand ødelægges når kraften fra pladerne når $F_c = 10$ N. Hvor stor en kraft F_f skal der til, før cylinderen af finkornet sand ødelægges? Du kan se bort fra tynde-kraften. 2.0pt

Del C. Interstellar rejse (2,0 point)

- C.1** Et rumskib på en interstellar ekspedition rejser med en konstant egenacceleration $g = 10 \text{ m/s}^2$. Egenaccelerationen er den acceleration rumskibet til enhver tid har i det inertialsystem, hvor det momentant er i hvile. Passagererne skal vende tilbage til Jorden inden for de resterende 50 år af deres liv. Lad den maksimale afstand fra Jorden, rumskibets kan nå, være d . Hvis i stedet den konstante acceleration forøges til $g' = 15 \text{ m/s}^2$, vil rumskibet kunne nå en større afstand d' væk. Hvad er forholdet d'/d ? 2.0pt

Vink 1. En mulighed kan være at bruge formlen for relativistisk hastighedsaddition. Der er imidlertid også andre mulige løsningsmetoder.

Vink 2. Du kan støde på nogle af hyperbolske funktioner defineret således: $\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$, $\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$, $\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

Vink 3. Afhængigt af din tilgang, får du måske behov for et eller flere af følgende integraler: $\int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{atanh} x + C$, $\int \sinh x dx = \cosh x + C$, $\int \cosh x dx = \sinh x + C$, hvor $\operatorname{asinh} x$ og $\operatorname{atanh} x$ er de inverse funktioner til de respektive hyperbolske funktioner.

Del D. En synkende fornemmelse (2,0 point)

- D.1** En massiv trækugle med radius r_0 flyder i vandet. Hvis vi så bort fra friktion, ville små oscillationer af kuglen efter den har fået et lille skub nedad, have en frekvens ω_0 , men på grund af viskositetsfriktion bliver frekvensen af de aftagende oscillationer i stedet $0.99\omega_0$. Hvad er den minimale radius r_{\min} trækuglen kan have, for at den oplever små oscillationer efter at være skubbet lidt nedad i vandet? 2.0pt

Vink: Den viskositetsgnidningskraft, der påvirker et legeme, er proportional med legemets hastighed relativt til væsken, og til viskositeten η af væsken, som legemet bevæger sig i. Enheden for viskositet er $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$.