

## James Webb rumteleskopet

Opgaven omhandler James Webb rumteleskopet. Lys fra en stjerne rammer primærspejlet, som har et areal på  $A_{\text{mirror}} = 25 \text{ m}^2$ , hvorefter lyset reflekteres fra et sekundærspejl. Brændvidden af systemet er  $f = 130 \text{ m}$ . Lyset fokuseres på ISIM (Integrated Science Instrument Module), som indeholder CCD (charge-coupled device) kameraer.

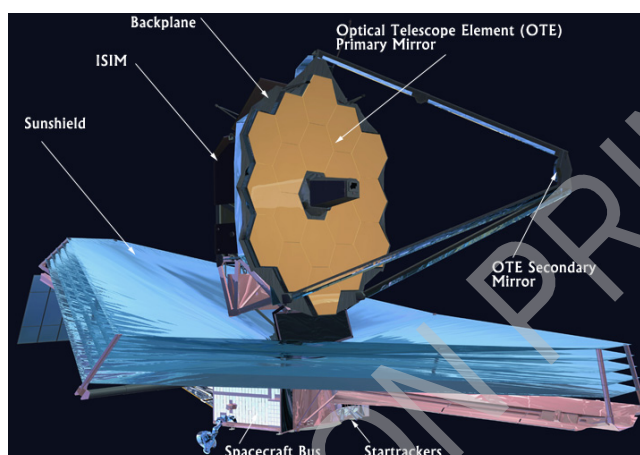


Image Credit: NASA

### Del A. Billeddannelse af en stjerne (1,8 point)

Den nærmeste røde kæmpestjerne er 89 lysår væk. Den har en overfladetemperatur på  $T_{\text{star}} = 3600 \text{ K}$  og en diameter på  $d_o = 1.7 \times 10^{11} \text{ m}$ .

- |            |  |       |
|------------|--|-------|
| <b>A.1</b> | Beregn diameteren af det billede af stjernen, der fokuseres på CCD kameraets billedflade.  | 0.4pt |
| <b>A.2</b> | Estimer diameteren af den centrale diffraktionsplet på CCD kameraets billedflade. Antag, at bølgelængden er $\lambda = 800 \text{ nm}$ . Det er den bølgelængde, der har størst intensitet i lyset fra den røde kæmpestjerne.  | 0.4pt |
| <b>A.3</b> | Antag, at CCD-enheden ikke afkøles, og kun kan afgive varme ved varmestråling fra billedfladen. Antag, at CCD-billedfladen opfører sig som et sort legeme. Hvad er ligevægtstemperaturen af CCD-enheden på det sted, hvor billedet af den røde kæmpestjerne dannes? Udlød en formel og angiv et estimat for en talværdi. | 1.0pt |

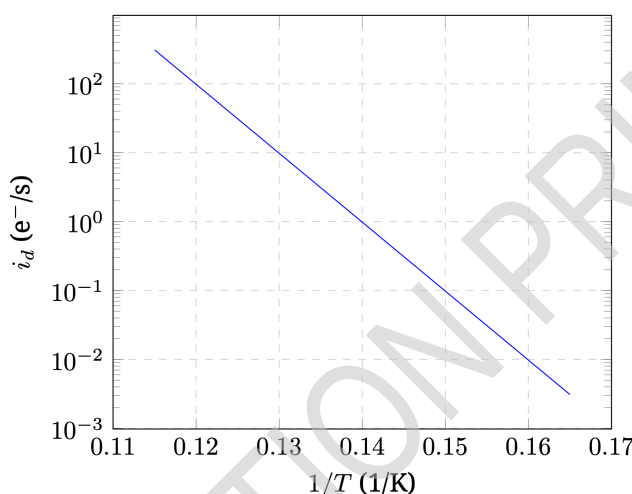
### Del B. Fotonoptælling (1,8 point)

Når CCD kameraet absorberer en indkommende foton, løsriver en elektron i apparatet, hvis fotonen har tilstrækkelig energi til at excitere elektronen over et energigab på  $\Delta E_g$ . Antag, at dette sker for alle indkommende fotoner med tilstrækkelig energi. Der vil desuden være en læk af elektroner hen over energigabet på grund af temperaturen af CCD kameraet; Denne læk betegnes mørkestrømmen  $i_d$ , og

måles i antal elektroner pr. sekund. Mørkestrømmen afhænger af temperaturen på følgende måde:

$$i_d = i_0 e^{-|\Delta E_g|/6k_B T}. \quad (1)$$

hvor  $i_0$  er en konstant.



Denne graf viser, hvorledes mørkestrømmen varierer med temperaturen. Figurens enhed for mørkestrømmen e<sup>-</sup>/s betyder blot antal elektroner pr. sekund.

- B.1** Giv ud fra grafen for mørkestrømmen et estimat af størrelsesordenen af den laveste temperatur en fjern kilde af termiske fotoner kan have, for at der netop kan ske excitation af en elektron på en pixel. 0.4pt

Elektronerne samles på en kapacitor og efter en eksponeringstid på  $\tau$  tælles de. Der er tre usikkerheder ved denne optælling: En fast usikkerhed i tælleprocessen benævnt aflæsningsstøj; En poissonfordelt usikkerhed forbundet med mørkestrømmen og en poissonfordelt usikkerhed forbundet med detektionen af de indkommende fotoner. Det oplyses, at usikkerheden på tællertallet ved en poissonfordeling er lig med kvadratroden af tællertallet.

Det målte tællertal for fotonerne er lig med antallet af elektroner der sidder på kapacitoren minus antallet af elektroner hidrørende fra mørkestrømmen.

- B.2** Opskriv et udtryk for usikkerheden på det samlede tællertal  $\sigma_t$ , hvis der er en usikkerhed i aflæsningsstøjen på  $\sigma_r$ , en mørkestrøm på  $i_d$ , en indkommende rate af fotoner på  $p$  og en eksponeringstid på  $\tau$ . 0.4pt

I de følgende spørgsmål i denne del af opgaven skal man antage, at eksponeringstiden er  $\tau = 10^4$  s, og at aflæsningsstøjen har en fast værdi på  $\sigma_r = 14$ .

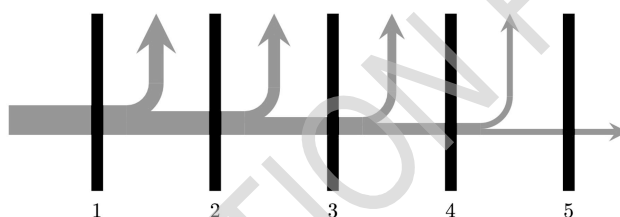
- B.3** Antag en driftstemperatur på  $T_p = 7.5$  K. Beregn den mindste indkommende rate af fotoner  $p$ , så tællertallet for fotoner er ti gange usikkerheden på tællertallet. 0.5pt

- B.4** Antag, at alle fotoner lige netop er i stand til at excitere elektroner over energigabet. 0.5pt  
Hvad er intensiteten (målt i  $\text{W}/\text{m}^2$ ) på det primære spejl med den indkommende rate af fotoner, der blev fundet i B.3 ?

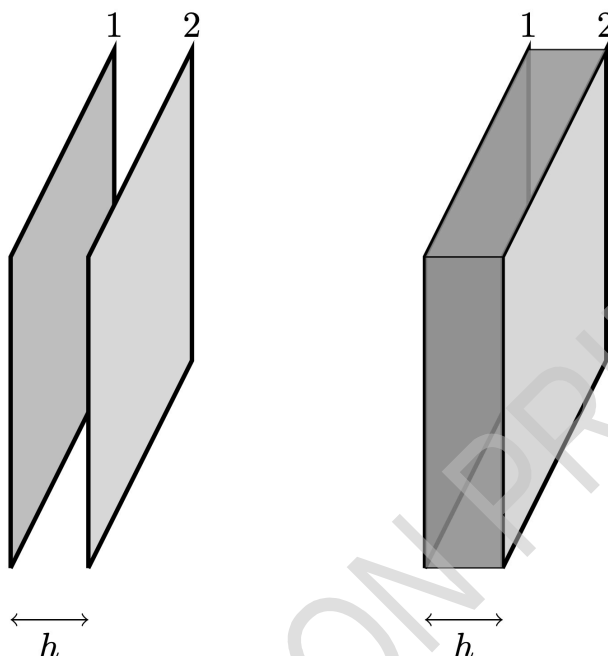
### Del C. Passiv køling (4,4 point)

Et infrarødt CCD kamera må holdes ved en lav temperatur. Derfor benyttes et solskjold til beskyttelse mod strålingen fra Solen.

Solskjoldet består af fem adskilte reflekterende lag af et tyndt materiale (mørkegrå); Strålingsvarme (grå) fra Solen rammer det første lag (helt til venstre), og noget af energien undslipper mellem hvert par af lag.



Princippet i energistrømmen: De lodrette, mørke streger er de enkelte lag af skjoldet, energistrømmen (grå) er fra venstre mod højre. Mellem lagene udstråles imidlertid også energi ud i rummet.



Til venstre er en simpel model af to nabolag 1 og 2, med indbyrdes afstand  $h$ . Lagene har ikke forbindelse med hinanden, og overfladen af mellemrummet mellem de to lag er åben ud til rummet. Antag, at lagene er parallelle. Der kan udveksles varmestråling mellem lagene, og varmestrålingen kan slippe ud gennem overfladen af mellemrummet mellem lagene. I figuren til højre er overfladen af mellemrummet vist med mørkegrå.

Man kan regne med, at

- Lagene er kvadratiske. Hver lag har et areal på  $A_{\text{sheet}} = 200 \text{ m}^2$ .
- Lagene er parallelle. Afstanden mellem to nabolag er  $h = 25 \text{ cm}$ .
- Lagene har en konstant emissivitet  $\epsilon \ll 1$ . Antag, at al refleksion fra lagene sker ved diffus udstråling.
- Lagene er tynde og har samme temperatur på hver side. Temperaturen er den samme overalt på et givet lag.
- Brøkdelen af strålingsvarmen udsendt fra et lag, der absorberes af nabolaget, er  $\alpha \leq 1$ . Det betyder, at hvis lag 1 på figuren udsender en varmemængde  $Q_1$  mod lag 2, vil lag 2 absorbere en varmemængde  $\alpha Q_1$  fra lag 1.
- Den strålingsvarme, der slipper ud gennem overfladen af mellemrummet mellem to lag, kan tilnærmes med  $\beta Q_{12}$ , hvor  $\alpha Q_{12}$  er netto strålingsvarmen mellem to lag. Brøkdelen  $\beta < 1$ . Dette svarer til, varmetabet til omgivelserne mellem to lag er proportional med netto strålingsvarmen mellem de to lag. Dette er en grov tilnærmelse, der benyttes i denne opgave.
- Man kan se bort fra universets baggrundsstråling.

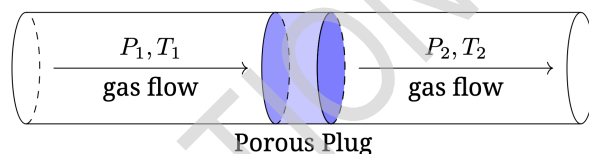
**C.1** Udled udtryk for ligevægtstemperaturerne af det første og det femte lag, udtrykt ved intensiteten  $I_0$  af den indkommende stråling fra Solen, konstanterne  $\alpha$  og  $\beta$  og nødvendige fysiske konstanter. Det kan være en hjælp i udregningerne at indføre andre konstanter udtrykt ved  $\alpha$  og  $\beta$ . 2.4pt

- C.2** Estimer talværdierne for  $\alpha$  og  $\beta$  ud fra informationen om geometrien for lagene. 1.6pt  
Antag, at emissiviteten er  $\epsilon = 0.05$ .  
Du opfordres til at se på den rektangulære kasse af lagene nævnt ovenfor. Her virker overfladen af mellemrummet mellem to lag som en perfekt absorber af strålingsvarmen.

- C.3** Bestem en talværdi for temperaturen af lag 1 og lag 5. Solarkonstanten er  $I_0 = 1360 \text{ W/m}^2$  0.4pt

### Kryo-køler (4,0 point)

I det sidste trin af køleprocessen afkøles CCD kameraet af et lukket kølekredsløb. Ved et konstant tryk  $P_1$  presses en gas af helium fra det indkommende rør gennem en svampelignende, porøs prop til et rør med konstant tryk  $P_2$ , som fører He-gassen videre til CCD. Heliumgassen pumpes derefter tilbage til start.



En gas af helium tilføres til venstre ved et givet tryk  $P_1$  og temperatur  $T_1$ , og presses gennem proppen. På venstre side af proppen føres gassen videre, og har et veldefineret tryk  $P_2$  og temperatur  $T_2$ .

Når gassen presses igennem den porøse prop, er der betydelige viskøse kræfter fra de smalle vægge i svampen. Der er imidlertid ingen varmeudveksling med gassens omgivelserne, mens gassen presses igennem proppen. Farten som gassen bevæger sig fremad med i område 2 er kun marginalt større end den fart, som gassen bevæger sig fremad gennem område 1 med.

Helium er ikke en ideal gas, men er i gasfasen gennem hele processen.

- D.1** Betragt et mol af gassen, som passerer fra venstre til højre gennem proppen. 1.0pt  
Udfyld tabellen i svararket ved at skrive '>' eller '<' for at identificere den størrelse der skal være større, '=' for at identificere størrelser, der må være ens, og '?' hvis det ikke er muligt at afgøre den indbyrdes relation mellem størrelserne uden yderligere information.

- D.2** Identificér en bevaret størrelse dannet ud fra størrelserne  $U$  (indre energi),  $P$  (tryk) og  $V$  (rumfang), når et mol af gassen bevæger sig gennem proppen; Vis, hvorledes du har udledt den bevarede størrelse. 0.6pt

På svararket er vist grafer for den indre energi pr. masse som funktion af rumfang pr. masse for helium med isotermer og med linjer, der angiver konstant entropi.

- D.3** Antag, at  $V_2 = 0.100 \text{ m}^3/\text{kg}$  og at  $T_2 = 7.5 \text{ K}$ . Benyt grafen til at bestemme en talværdi for den bevarede størrelse som du fandt i del D.2. Vis på grafen, hvorledes talværdien er bestemt! 1.4pt

**D.4** Bestem den højst mulige temperatur for  $T_1$ . Vis på grafen hvorledes talværdien er bestemt! 0.8pt

**D.5** Bestem en talværdi for  $P_1$ . Benyt den tidligere bestemte værdi for den højst mulige temperatur  $T_1$  fra D.4. 0.2pt

DELEGATION PRINT