

Problem 3. Simpel model af gasudladning (10 point)

En elektrisk strøm gennem en gas kaldes for en gasudladning. Der er mange forskellige typer gasudladninger, herunder glødeudladning i elektriske pærer, udladninger ved svejsning og lyn mellem skyer og jordoverfladen.

Part A. Ikke-selvkørende gasudladning (4.8 point)

I denne del af problemet undersøges en såkaldt ikke-selvkørende gasudladning. For at kunne holde gasudladningen kørende benyttes en ekstern ionisator, som danner Z_{ext} par af enkeltioniserede ioner og frie elektroner pr. rumfangs- og tidsenhed. Ladningerne dannes jævnt fordelt.

Når en ekstern ionisator tændes, vil antallet af elektroner og ioner begynde at vokse. Ubegrænset vækst i antalstæthed af elektroner og ioner sker dog ikke, da der også er rekombinationprocesser. Ved en rekombinationsproces rekombinerer en fri elektron med en ion, hvorved der dannes et neutralt atom. Antallet af rekombinationsprocesser Z_{rec} pr. rumfangs- og tidsenhed er givet ved

$$Z_{\text{rec}} = rn_e n_i,$$

hvor r er en konstant som kaldes rekombinationskoefficienten og n_e og n_i betegner antalstætheden af henholdsvis elektroner og ioner.

Antag, at den eksterne ionisator tændes til tiden $t = 0$, og at såvel antalstætheden af elektroner og ioner til dette tidspunkt begge er nul. Antalstætheden for elektronerne vil da som funktion af tiden være givet ved

$$n_e(t) = n_0 + a \tanh(bt)$$

Hvor n_0 , a og b er konstanter og $\tanh(x)$ er hyperbolsk tangens.

A1	Bestem n_0 og bestem a og b udtrykt ved Z_{ext} og r .	(1.8 point)
-----------	---	--------------------

Antag, at der er to eksterne ionisatorer til rådighed. Når den første ionisator er tændt, opnås en ligevægtstilstand, hvor antalstætheden af elektronerne er $n_{e1} = 12 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Når den anden eksterne ionisator i stedet er tændt, opnås en ligevægtstilstand, hvor antalstætheden af elektronerne er $n_{e2} = 16 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

A2	Bestem antalstætheden af elektroner, n_e , ved ligevægt, når begge ionisatorer er tændt. (0.6 point)
-----------	---

Bemærk !! I det følgende antages at den eksterne ionisator er tændt så længe, at alle processer er blevet stationære dvs. ikke afhænger af tiden. Man kan helt se bort fra det elektriske felt fra de enkelte ladninger.

Antag, at gassen befinder sig i et rør, som er placeret mellem to parallelle, ledende plader hver med areal S og med en afstand $L \ll \sqrt{S}$ mellem pladerne. Spændingsforskellen mellem pladerne, U , skaber et elektrisk felt mellem pladerne. Antag, at antalstætheden af begge slags ladninger er næsten konstant gennem røret.

Både elektroner (angivet med index e) og ioner (angivet med index i) får den samme fart v på grund af den elektriske feltstyrke E . Farten er givet ved $v = \beta E$, hvor β er en konstant (den såkaldte ladningsmobilitet).

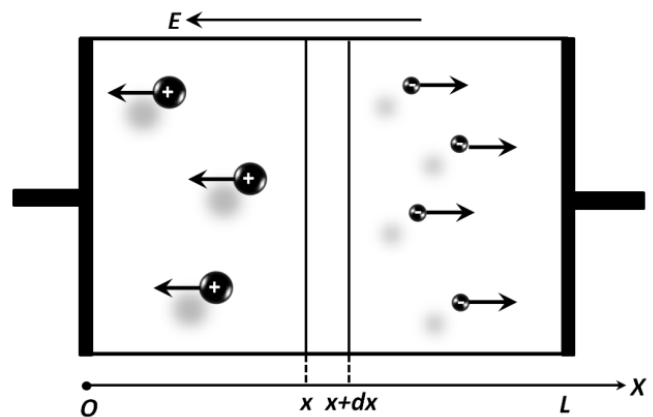
A3	Udtryk den elektriske strømstyrke I i røret ved størrelserne $U, \beta, L, S, Z_{\text{ext}}, r$ og e , hvor e er elementarladningen.	(1.7 point)
A4	Bestem resistiviteten ρ_{gas} af gassen, når spændingsforskellen har passende små værdier. Svaret skal udtrykkes ved størrelserne $\beta, L, Z_{\text{ext}}, r$ og e .	(0.7 point)

Part B. Selvkørende gasudladning (5.2 point)

I denne del af problemet undersøges, hvordan gasudladningen kan starte og gøres selvkørende.

Bemærk! I det følgende antages, at ionisatoren kører hele tiden samme værdi af Z_{ext} , og at man kan se bort fra det elektriske felt fra de enkelte ladninger. Det betyder at det elektriske felt har samme værdi gennem hele rørets længde. Antag også, at man helt kan se bort fra rekombination af elektroner og ioner.

For den selvkørende gasudladning er der to processer, som indtil nu ikke er taget i betragtning. Den første proces er udsendelse af sekundære elektroner, og den anden proces er dannelsen af en elektron-lavine. Udsendelse af sekundære elektroner sker, når en ion rammer den negativt ladede plade (katoden) og slår elektroner løs, som så kan bevæge sig mod den positivt ladede plade (anoden). Forholdet γ mellem det antal elektroner, der pr. tidsenhed slås løs, \dot{N}_e , og det antal ioner der pr. tidsenhed rammer katoden, \dot{N}_i , betegnes sekundær-elektron emissionskoefficienten: $\gamma = \dot{N}_e / \dot{N}_i$.



Dannelsen af en elektron-lavine kan forklares ved, at det elektriske felt accelererer frie elektroner, som derved får tilstrækkelig kinetisk energi til at ionisere atomerne i gassen. Herved bliver antallet af elektroner, der bevæger sig mod anoden forøget betydeligt. Lavine-processen beskrives ved den såkaldte Townsend-koefficient α , som beskriver forøgelsen i antallet af elektroner dN_e , når et antal elektroner N_e har passeret et tyndt lag af gassen med tykkelse dl , dvs.

$$\frac{dN_e}{dt} = \alpha N_e.$$

Den samlede strøm I gennem ethvert tværsnit af røret består af strømbidraget fra henholdsvis ionerne, $I_i(x)$ og elektronerne, $I_e(x)$, som (når der er opnået ligevægt) afhænger af positionen langs røret, x , se figur. Elektronstrømmens variation med positionen x er givet ved

$$I_e(x) = C_1 e^{A_1 x} + A_2,$$

hvor A_1, A_2 og C_1 er konstanter.

B1	Bestem A_1 og A_2 udtrykt ved Z_{ext}, α, e, L og S .	(2,0 point)
-----------	--	--------------------

Ionstrømmen $I_i(x)$ variation med positionen langs røret, x , er givet ved $I_i(x) = C_2 + B_1 e^{B_2 x}$, hvor B_1, B_2 og C_2 er konstanter.

B2	Bestem B_1 og B_2 udtrykt ved Z_{ext}, α, e, L, S og C_1	(0.6 point)
B3	Opskriv den betingelse som $I_i(x)$ skal opfylde, når $x = L$	(0.3 point)
B4	Opskriv den betingelse, som forbinder $I_i(x)$ og $I_e(x)$ når $x = 0$.	(0.6 point)
B5	Bestem den samlede strømstyrke I udtrykt ved størrelserne $Z_{ext}, \alpha, \gamma, e, L$ og S . Antag, at strømmen har en endelig værdi.	(1.2 point)

Antag, at Townsend-koefficienten α er konstant. Når længden af røret er større end en bestemt kritisk værdi, dvs. $L > L_{cr}$, kan man slukke for den eksterne ionisator, idet udladningen da bliver selvkørende.

B6	Bestem L_{cr} udtrykt ved størrelserne $Z_{ext}, \alpha, \gamma, e, L$ og S .	(0.5 point)
-----------	---	--------------------