

Partikler fra Solen

(Samlet antal point: 10)

Fotoner fra Solens overflade og neutrinoer fra dens indre kan bruges til at undersøge temperaturer forskellige steder i Solen og til at bekræfte, at det er kernereaktioner, der får den til at skinne.

I hele opgaven antages det, at Solen har massen $M_{\odot} = 2.00 \times 10^{30}$ kg, radius $R_{\odot} = 7.00 \times 10^8$ m, luminositet (udstrålet effekt) $L_{\odot} = 3.85 \times 10^{26}$ W, og at Sol-Jord-afstanden er $d_{\odot} = 1.50 \times 10^{11}$ m.

Bemærk:

$$(i) \int x e^{ax} dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right) e^{ax} + \text{konstant}$$

$$(ii) \int x^2 e^{ax} dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) e^{ax} + \text{konstant}$$

$$(iii) \int x^3 e^{ax} dx = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4} \right) e^{ax} + \text{konstant}$$

A Stråling fra Solen:

| | | |
|----|--|-----|
| A1 | Antag, at Solen udstråler som et ideelt sortlegeme. Brug denne oplysning til at beregne temperaturen T_s ved Solens overflade. | 0.3 |
|----|--|-----|

Solens strålingsspektrum kan approksimeres godt med Wiens fordelingslov, som siger, at solenergien, der rammer en flade på jorden per tidsenhed per frekvensenhed, kaldet $u(\nu)$, er givet ved

$$u(\nu) = A \frac{R_{\odot}^2}{d_{\odot}^2} \frac{2\pi h}{c^2} \nu^3 \exp(-h\nu/k_B T_s),$$

hvor ν er strålingens frekvens, og A er arealet af fladen vinkelret på den indfaldende stråling.

Betragt nu en solcelle, der består af en tynd skive halvledende materiale med areal A , som er placeret vinkelret på Solens stråler.

| | | |
|----|---|-----|
| A2 | Find, ved brug af Wiens fordelingslov, den samlede effekt P_{in} , der rammer solcellens overflade, udtrykt ved størrelserne A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s og de fysiske konstanter c , h , k_B . | 0.3 |
| A3 | Find antallet $n_{\nu}(\nu)$ af fotoner per tidsenhed per frekvensenhed, der rammer solcellens overflade, udtrykt ved størrelserne A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s , ν og de fysiske konstanter c , h , k_B . | 0.2 |

Solcellens halvledende materiale har et energi-båndgab E_g . Vi antager følgende model: Hver foton med energi $E \geq E_g$ exciterer en elektron op over båndgabets. Denne elektron afgiver energien E_g , der kan trækkes ud af solcellen som nytte-energi, samt overskydende energi, der forsvinder som varme.

| | | |
|----|---|-----|
| A4 | Definer $x_g = h\nu_g/k_B T_s$, hvor $\nu_g = E_g/h$. Udtryk nytte-effekten P_{out} , der kan trækkes ud af solcellen, ved størrelserne x_g , A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s og de fysiske konstanter c , h , k_B . | 1.0 |
| A5 | Udtryk solcellens effektivitet (nyttevirkning) η ved x_g . | 0.2 |
| A6 | Lav en kvalitativ skitse af η som funktion af x_g . Værdierne ved $x_g = 0$ og $x_g \rightarrow \infty$ skal vises tydeligt. Angiv hældningen af $\eta(x_g)$ ved $x_g = 0$ og $x_g \rightarrow \infty$. | 1.0 |
| A7 | Lad x_0 være værdien af x_g , hvor η antager sit maksimum. Udled en tredjegradslikning til bestemmelse af x_0 . Bestem en tilnærmet værdi af x_0 med en præcision på ± 0.25 . Benyt denne værdi til at beregne $\eta(x_0)$. | 1.0 |
| A8 | Benyt, at siliciums båndgab er $E_g = 1.11$ eV til at beregne effektiviteten η_{Si} for en silicium-solcelle. | 0.2 |

Kelvin og Helmholtz (KH) fremsatte i slutningen af 1800-tallet en hypotese til at forklare, hvad der får Solen til at skinne. De postulerede, at Solen oprindeligt var en meget stor sky af stof med masse M_{\odot} og forsvindende

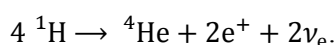
densitet, som lige siden har trukket sig sammen. Frigivelse af gravitationel potentiel energi fra denne sammen-trækning skulle da være årsagen til, at Solen skinner.

| | | |
|-----|--|-----|
| A9 | Antag, at Solens er homogen med uniform densitet. Find den totale potentielle gravitations-energi Ω for Solens nuværende tilstand udtrykt ved størrelserne G , M_{\odot} og R_{\odot} . | 0.3 |
| A10 | Vurdér det størst mulige tidsrum τ_{KH} (i år) i hvilket Solen kan have skinnit ifølge KH-hypotesen. Antag, at Solens luminositet har været konstant igennem hele denne periode. | 0.5 |

Tidsrummet τ_{KH} beregnet ovenfor, passer ikke med den værdi af solsystemets alder, som findes fra studier af meteoritter. Det betyder, at Solens energikilde ikke udelukkende kan være gravitationel.

B Neutrinoer fra Solen

I 1938 foreslog Hans Bethe, at Solens energikilde er fusion af heliumkerner i dens indre. Netto-kerne-reaktionen er:



Elektron-neutrinoerne ν_e , der produceres i denne reaktion, kan antages at være masseløse. De forlader Solen og kan detekteres på Jorden, hvilket bekræfter, at der er kernereaktioner i Solens indre.

| | | |
|----|--|-----|
| B1 | Antag, at der udløses en energi $\Delta E = 4.0 \times 10^{-12}$ J hver gang ovenstående kernereaktion forløber, og at Solens udstrålede energi udelukkende stammer fra denne reaktion. Beregn fluxtætheden Φ_{ν} , i enheder af $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$, af neutrinoer, der rammer Jorden. | 0.6 |
|----|--|-----|

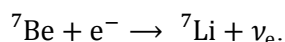
Undervejs fra Solens indre til Jorden omdannes nogle af elektron-neutrinoerne ν_e til andre typer neutrinoer ν_x . Effektiviteten, hvormed ν_x kan detekteres, er $1/6$ af den, hvormed ν_e kan detekteres. Uden neutrino-omdannelse forventer vi at detektere N_1 neutrinoer i gennemsnit pr. år. På grund af neutrino-omdannelsen, detekteres imidlertid N_2 neutrinoer (ν_e og ν_x tilsammen) i gennemsnit pr. år.

| | | |
|----|---|-----|
| B2 | Bestem brøkdelen f af ν_e , der omdannes til ν_x , udtrykt ved N_1 og N_2 . | 0.4 |
|----|---|-----|

For at detektere neutrinoer konstruerer man store detektorer fyldt med vand. På trods af, at vekselvirkningerne mellem neutrinoer og stof er meget svag, hænder det indimellem, at en indkommende neutrino slår en elektron ud af et vandmolekyle. En sådan energi-rig elektron bevæger sig gennem vandet med høj fart. Så længe dens fart er højere end lysets fart i vand (brydningsindeks n), udsender den en særlig type elektromagnetisk stråling, kaldet Cherenkov-stråling.

| | | |
|----|---|-----|
| B3 | En elektron i hvile slås løs af en neutrino. Den bevæger sig herefter gennem vandet, mens den mister energi med en konstant effekt α . Det observeres, at den udsender Cherenkov-stråling i tidsrummet Δt efter kollisionen. Bestem den energi E_{imparted} , som neutrinoen overførte til elektronen ved kollisionen, udtrykt ved α , Δt , n , m_e og c . | 2.0 |
|----|---|-----|

Fusionen af H til He inde i Solen sker i flere trin. På et af disse mellemliggende trin dannes der ^7Be -kerner (hvilemasse $m_{\text{Be}} = 11.65 \times 10^{-27}$ kg). En sådan kerne kan absorbere en elektron, hvorved der dannes en ^7Li -kerne (hvile-masse $m_{\text{Li}} < m_{\text{Be}}$) og udsendes en ν_e . Den tilhørende kernereaktion er:



Når en Be-kerne i hvile absorberer en elektron, der også er i hvile, har den udsendte neutrino en energi $E_{\nu} = 1.44 \times 10^{-13}$ J. Grundet temperaturen T_c i Solens indre, er Be-kernerne imidlertid i tilfældig termisk bevægelse, og de opfører sig som neutrino-kilder i bevægelse. Dette fører til, at energien af de udsendte neutrinoer fluktuierer med en "root-mean-square" (rms) -værdi ΔE_{rms} .

| | | |
|----|--|-----|
| B4 | Antag, at $\Delta E_{\text{rms}} = 5.54 \times 10^{-17}$ J. Beregn rms-farten V_{Be} af Be-kernerne og vurdér herefter T_c . (Vink: ΔE_{rms} afhænger af rms-værdien af hastighedskomponenten langs neutrinoens bane.) | 2.0 |
|----|--|-----|