

Design af en kernereaktor

(Samlet antal point: 10)

Uran forekommer i naturen som UO_2 , hvor kun 0.720 % af uran-atomerne er ^{235}U . Neutroner kan inducere fission i ^{235}U , hvorved der udsendes 2-3 neutroner med høj kinetisk energi. Sandsynligheden for en sådan fission øges, hvis neutronerne, der inducerer den, har lav kinetisk energi. Derfor kan man igangsætte en kæde af fissioner i andre ^{235}U -kerner ved at sænke neutronernes kinetiske energi. Dette udgør grundlaget for el-producerende kernereaktorer.

En typisk kernereaktor består af en lodret cylindrisk tank med højde H og radius R , som indeholder lodrette cylindriske brændselsrør arrangeret i et kvadratisk gitter og omgivet af et materiale, kaldet moderatoren. Hvert brændselsrør indeholder en samling af lodrette cylindriske brændselsstave med højde H , bestående af naturligt UO_2 på fast form. Når neutroner fra fission forlader et brændselsrør, kolliderer de med moderatoren, nedbremses, og når frem til de omgivende brændselsrør med tilstrækkelig lav energi til at forårsage fission (Fig. I-III). Varme, dannet ved fissionen i brændselsstavene, overføres til en kølevæske, der flyder langs dem. I denne opgave undersøges noget af fysikken bag (A) brændselsstave, (B) moderator og (C) cylindriske kernereaktorer.

Fig-I



Fig-II

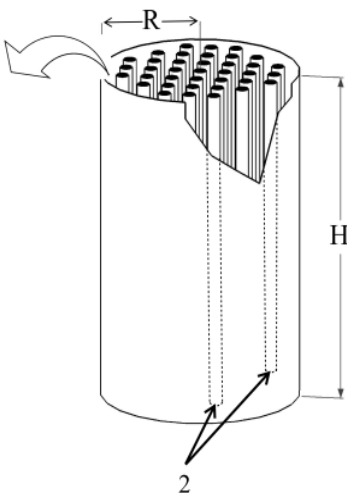
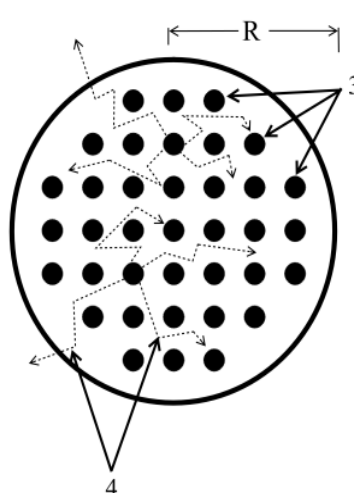


Fig-III



Skitse af kernereaktor

Kun komponenter, der er relevante for opgaven, er vist (fx. er kontrolstænger og kølevæske ikke vist).

Fig-I: Forstørret tegning af et brændselsrør (1-Brændselsstave i røret).

Fig-II: Skitse af en kernereaktor (2-Brændselsrør).

Fig-III: Kernereaktor set fra oven (3-Kvadratisk opstilling af brændselsrør. 4-Typiske neutronbaner).

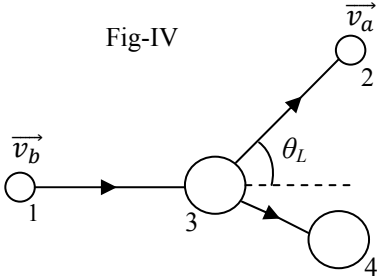
A Brændselsstave

Data for UO_2	1. Molarmasse $M_w = 0.270 \text{ kg mol}^{-1}$	2. Densitet $\rho = 1.060 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$
	3. Smeltepunkt $T_m = 3.138 \times 10^3 \text{ K}$	4. Varmeledningsevne $\lambda = 3.280 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

A1	Betrakt følgende fissionsreaktion for en ^{235}U -kerne i hvile, der absorberer en neutron med forsvindende lille kinetisk energi $^{235}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{94}\text{Zr} + {}^{140}\text{Ce} + 2 {}^1_0\text{n} + \Delta E$ Beregn den totale frigivne energi ΔE (i MeV) for reaktionen. Masserne er: $m(^{235}\text{U}) = 235.044 \text{ u}$; $m(^{94}\text{Zr}) = 93.9063 \text{ u}$; $m(^{140}\text{Ce}) = 139.905 \text{ u}$; $m({}^1_0\text{n}) = 1.00867 \text{ u}$, hvor $1 \text{ u} = 931.502 \text{ MeV } c^{-2}$.	0.8
A2	Beregn antallet N af ^{235}U -atomer pr. volumen i naturligt UO_2 .	0.5
A3	Antag, at en uniform neutron-fluxtæthed $\phi = 2.000 \times 10^{18} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ rammer uranbrændslet. Fissions-tværsnittet, dvs. det effektive tværsnitsareal, for en ^{235}U -kerne er $\sigma_f = 5.400 \times 10^{-26} \text{ m}^2$. Beregn Q , effekten pr. volumen, i W m^{-3} , hvormed der produceres varme i brændselsstavene, når 80.00 % af fissions-energien går til varme. $1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$.	1.2
A4	I stationær tilstand kan forskellen mellem temperaturen T_c i centrum af en brændselsstav og temperaturen T_s ved dens overflade udtrykkes som $T_c - T_s = k F(Q, a, \lambda)$, hvor $k = 1/4$ er en dimensionsløs konstant, a er brændselsstavens radius, og λ er varmeledningsevnen af UO_2 . Find $F(Q, a, \lambda)$ ved brug af dimensionsanalyse.	0.5
A5	Den ønskede temperatur af kølevæsken er $5.770 \times 10^2 \text{ K}$. Vurdér den øvre grænse a_u for stavens radius.	1.0

B Moderatoren

Betragt en to-dimensional elastisk kollision mellem en neutron med massen 1 u og et moderator-atom med massen A u. Før kollisionen antages moderator-atomet at være i hvile i laboratorie-systemet (LS). Lad \vec{v}_b og \vec{v}_a være neutronens hastigheder i LS henholdsvis før og efter kollisionen. Lad \vec{v}_m være hastigheden af partiklernes massemidtpunkts-system (MMS) relativt til LS og lad θ være neutronens spredningsvinkel i MMS. Alle partikler kan i det følgende behandles ikke-relativistisk.

B1	<p>Kollisionen i LS er vist skematisk i Fig-IV. Spredningsvinklen i LS kaldes θ_L. Skitsér kollisionen i MMS. Angiv på skitsen alle hastigheder udtrykt ved \vec{v}_b, \vec{v}_a and \vec{v}_m og markér spredningsvinklen θ.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>Fig-IV</p>  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-left: 20px;"> <p><i>Kollisionen i laboratorie-systemet</i></p> <p>1-Neutron før kollision</p> <p>2-Neutron efter kollision</p> <p>3-Moderator-atom før kollision</p> <p>4-Moderator-atom efter kollision</p> </div> </div>	1.0
B2	Bestem v og V , hhv. neutronens og moderator-atomets fart i MMS, efter kollisionen, udtrykt ved A og v_b .	1.0
B3	Udled et udtryk for $G(\alpha, \theta) = E_a/E_b$, hvor E_b og E_a er neutronens kinetiske energi hhv. før og efter kollisionen i LS og $\alpha = [(A-1)/(A+1)]^2$.	1.0
B4	Antag, at udtrykket ovenfor gælder for et D_2O -molekyle (masse 20 u). Beregn den størst mulige værdi for neutronens relative energitab $f_l = \frac{E_b - E_a}{E_b}$ ved kollision med et D_2O -moderator-molekyle.	0.5

C Kernereaktoren

For at køre kernereaktoren med en konstant neutron-flux ψ (steady state), skal neutron-tabet kompenseres med en overproduktion af neutroner i reaktoren. For en cylindrisk reaktor undslipper neutroner med raten $k_1 [(2.405/R)^2 + (\pi/H)^2] \psi$, og overskudsproduktion af neutroner sker med raten $k_2 \psi$. Konstanterne k_1 og k_2 er materialeparametre for kernereaktoren.

C1	Betragt en kernereaktor i steady state med $k_1 = 1.021 \times 10^{-2} \text{ m}$ og $k_2 = 8.787 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$. Beregn de dimensioner på reaktoren, der minimerer neutron-tabet for et givent, fast volumen (dette gør at brændslet udnyttes effektivt).	1.5
C2	Brændselsrørerne, der har en effektiv radius på $3.617 \times 10^{-2} \text{ m}$ (hvis de var af massivt urandioxid), sidder i et kvadratisk gitter (Fig-III) med sidelængden 0.286 m. Vurdér antallet F_n af brændselsrør i reaktoren og massen M af UO_2 , der kræves for at kernereaktoren kan fungere i steady state.	1.0