

## Jordskælv, vulkaner og tsunamier

Indonesien er kendt for sine naturkatastrofer: vulkanudbrud, jordskælv og tsunamier.

### A. Vulkanen Merapi i udbrud



(Fig. 1: Pyroklastisk sky, Merapi i udbrud. Foto fra Volcanological Office of Yogyakarta, BPPTKG)

Merapi-vulkanen i Yogyakarta-området er en af de mest aktive vulkaner på Java. Denne vulkan er kendt for sine såkaldte *pyroklastiske strømme*. Hermed menes en varm blanding af gas og klippestykker som strømmer væk fra vulkanen.

Den 26. oktober 2010 eksploderede Merapi-vulkanen og sendte aske og støv 12 km op i atmosfæren (Fig.1). Pyroklastiske strømme gjorde at over 20.000 mennesker måtte evakueres fra områder nær vulkanen.

---

Vi kigger i det følgende på det store udbrud af Merapi i 2010. Det er velkendt blandt geofysikere at eksternt vand, der blandes med varmt magma, spiller en vigtig rolle for en vulkans eksplosive egenskaber i forbindelse med et udbrud (*hydro magmatic eruptions*). Lad os antage, at dette udbrud udgjorde et system bestående af en blanding af magmapartikler og vand. Systemet afgrænses af "vulkanskorstene" (*volcano vents*) og atmosfæren.

Det eksplosive udbrud kan da opdeles i to trin:

- (1) "magma-vand interaktion" - en øjeblikkelig sammenblanding af magma og vand
- (2) "system-ekspansion" - en udvidelse af systemet.

I første trin handler det om sammenblanding af magma med massen  $m_m$  og den absolutte temperatur  $T_m$  med eksternt vand med massen  $m_w$  og den absolute temperatur  $T_w$ .

Den termiske ligevægt opnås næsten øjeblikkelig, hvorfor denne proces kan behandles som en næsten-isokor proces (konstant volumen).

I det følgende skal du se bort fra fordampningsvarmen for vand og smeltevarmen for magma.

A.1	Bestem ligevægtstemperaturen ved trin 1 (magma-vand interaktionen) udtrykt ved masserne og de specifikke varmekapaciteter for vand, $c_{Vw}$ , og magma, $c_{Vm}$ .	0.5 pt.
A.2	Bestem ligevægtstrykket ved trin 1 under antagelsen at blandingen kan behandles som en ideal gas. Volumet per mol af blandingen betegnes $v_e$ .	0.3 pt.

System-ekspansionen (trin 2) kan opstå på flere måder. En sådan måde er den såkaldte *termiske detonation*. Selvom en sådan proces er meget kompleks, kan vi empirisk måle den relative hastighed af eruptionsblandingen ("erupted mixture"). Hastigheden af gas under udbruddet afhænger af trykket,  $p$ , blandingens samlede masse,  $m$ , og blandingens samlede volumen,  $V$ , når den flyder væk fra vulkanen.

A.3	Bestem den relative hastighed af eruptionsblandingen under udbruddet, udtrykt ved $p$ , $m$ og $V$ op til en proportionalitetskonstant $\kappa$ .	0.3 pt.
-----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------

Det observerede tryk er i størrelsesorden 100 MPa. Det betyder at udbruddets (relative) hastighed kan blive sammenligneligt med et ballistisk missil.

## B. Yogyakarta jordskælv

I 2006 blev mange bygninger ødelagt af et jordskælv i Bantul- og Yogyakarta-området. Jordskælvet havde styrken  $M_w = 6.4$ , og det ramte kl. 05:54:00.00 lokal tid eller 22:54:00.00 UTC. Jordskælvet var forårsaget af en pludselig forskydning i Opak-segmentet (se Fig. 2), og dets hypocenter lå 15 km under jordoverfladen.

De seismiske bølger, der udbreder sig i jordskorpen, kan registreres med et seismometer, som optegner et såkaldt seismogram (Fig. 2 og 3, nedre graf). Seismogrammer repræsenterer den vertikale hastighedskomponent af jordoverfladen det pågældende sted som funktion af tiden.

På figurerne ses seismogrammer fra seismometre opstillet på henholdsvis Gamping Station Yogyakarta (YOGI) (Fig. 2) og Denpasar, Bali (DNP) (Fig. 3).

Seismisk bølger kan opdeles i følgende 3 forskellige bølgetyper:

- longitudinale eller primære bølger (P-bølger),
- transversale eller sekundære bølger (S-bølger),
- overfladebølger.

P-bølger og S-bølger udbreder sig nede i jorden, mens overfladebølger bevæger sig langs jordoverfladen. De seismiske bølger, der bevæger sig nede i et jordlag kan videre opdeles i dem, der udbreder sig langs rette linjer, dem der reflekteres ved grænsen til et andet lag, og de som brydes ind i et nabo-lag.

P-bølger har den største udbredelseshastighed, mens overfladebølgerne har den langsomme udbredelseshastighed svarende til omkring 60% af P-bølgens udbredelseshastighed.

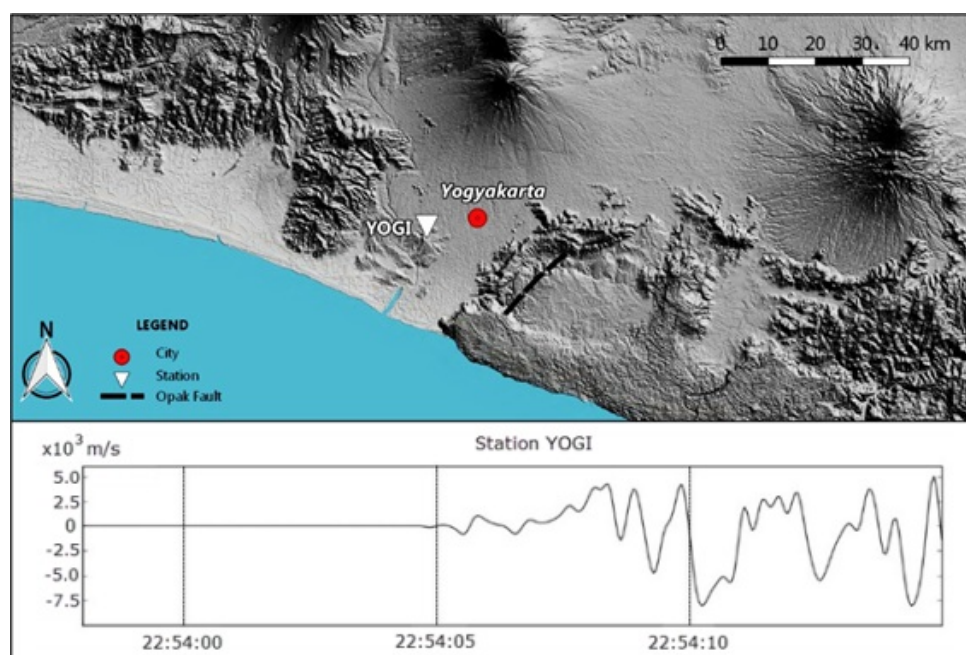


Fig. 2: Landkort med placering af målestationen YOGI

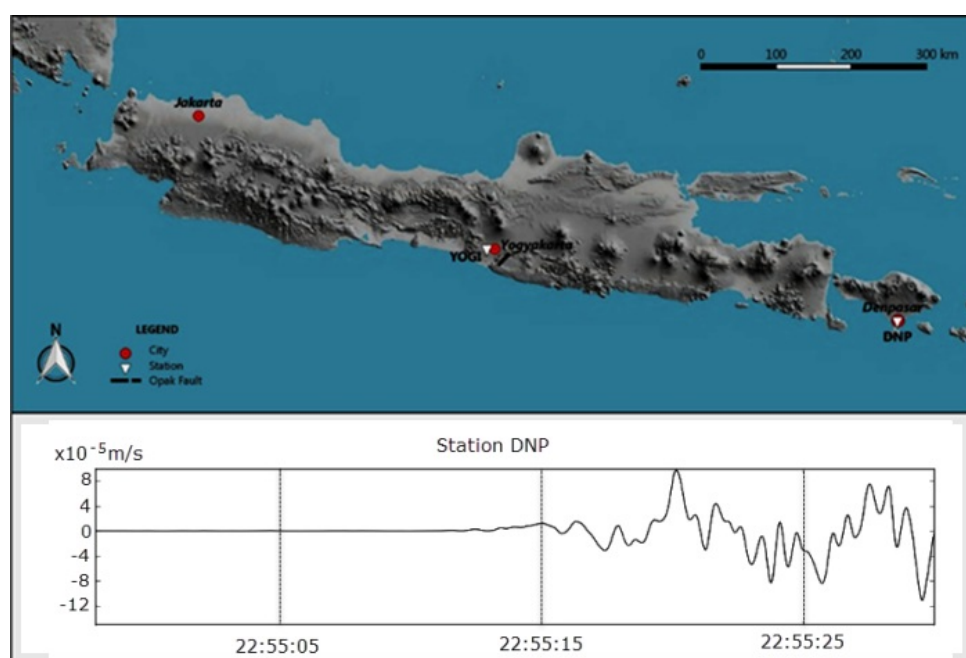


Fig. 3: Landkort med placering af målestationen DNP (Denpasar) på øen Bali

Jordskælvets centrum kaldes *hypocentret*, og stedet på jordoverfladen lodret ovenover benævnes *epicentret*. Afstanden mellem epicentret og målestationerne YOGI og DNP er henholdsvis 22,5 km og 500 km. Dybden af jordskorpen på Java og i Indonesien er 30 km.

Jorden opdeles i lag: Det øverste lag kaldes *skorpen* ("crust"), det næste lag er *kappen* ("mantle"). Brydningsloven (Snells lov) kan anvendes på seismiske bølger på grænsen mellem kappe og

skorpe; ligesom en seismisk bølge reflekteres ved denne grænse. I denne opgave skal du se bort fra, at jorden krummer.

B.1	Fig. 2 viser seismogrammet optegnet på YOGI målestationen. Benyt de angivne data til at bestemme hastigheden for P-bølgen i jordskorpen.	0.5 pt.
B.2	Bestem rejsetiderne for henholdsvis den direkte P-bølge og den reflekterede P-bølge til Denpasar fra Yogyakarta-jordskælv.	0.6 pt.

Hvis vi antager, at Jorden alene består af to lag, nemlig skorpe og kappe, så vil P-bølgen udbrede sig med forskellige konstante hastigheder i hvert af de to lag. Udbredelseshastigheden i kappen er hurtigere end i skorpen.

Bemærk at de P-bølger, der brydes med brydningsvinkel  $90^\circ$ , og som derfor udbreder sig langs grænselaget skorpe-kappe nede i kappen, undervejs vil blive delvist reflekteret fra grænselaget tilbage op i skorpen, hele vejen.

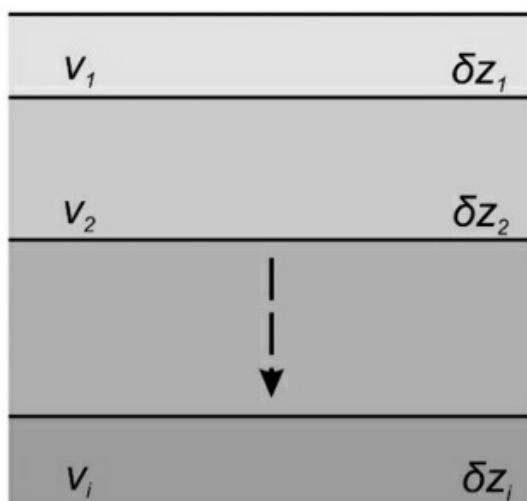
B.3	Bestem udbredelseshastigheden af P-bølgen i kappen ("mantle").	1.2 pt.
-----	----------------------------------------------------------------	---------

I en mere realistisk model af Jorden opdeles skorpen i et antal tynde lag, hvorved udbredelseshastigheden af en seismisk bølge er en funktion af dybden  $z$ , med  $v(z) = v_0 + az$  hvor  $a$  er en konstant. Yderligere antages at hypocentret ligger nær jordoverfladen tæt på epicentret. I denne model vil en bølgestråle (dvs. det spor en bølge følger mellem to punter) være en kurve, der bøjer opad.

B.4	Man definerer den såkaldte " <i>ray parameter</i> " ved $p = \sin \theta(z)/v(z)$ , hvor $\theta$ er vinklen mellem strålegangen og normalen.  Antag at jordskælvet sker meget tæt på jordoverfladen og betragt en seismisk bølge, der ankommer til en seismisk målestation med " <i>ray parameter</i> " $p$ . Bestem afstanden mellem hypocentret og den seismiske målestation, udtrykt ved $p, a, v_0$ .	1.4 pt.
B.5	Udtryk rejsetiden $T$ fra hypocentret til vilkårlig målestation, ved et integral over $z$ .	1.0 pt.

I dette spørgsmål antages at Jorden består af en stak af homogene lag (se fig. 4). Udbredelseshastigheden i lag nummer  $i$  er  $v_i$  og dets tykkelse  $\delta z_i$ .

B.6	Benyt resultaterne fra den forrige opgave til at approksimere rejsetiden ( $T$ ) fra hypocentret til DNP målestationen under antagelsen at skorpen udelukkende består af tre diskrete lag, ( $i = 1, 2, 3$ ), karakteriseret ved $v_1 = 6.65$ km/s, $v_2 = 6.97$ km/s, $v_3 = 6.99$ km/s, $p = 0.143$ s/km, $\delta z_1 = 6.0$ km, $\delta z_2 = 9.0$ km, $\delta z_3 = 15$ km.	1.0 pt.
-----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------

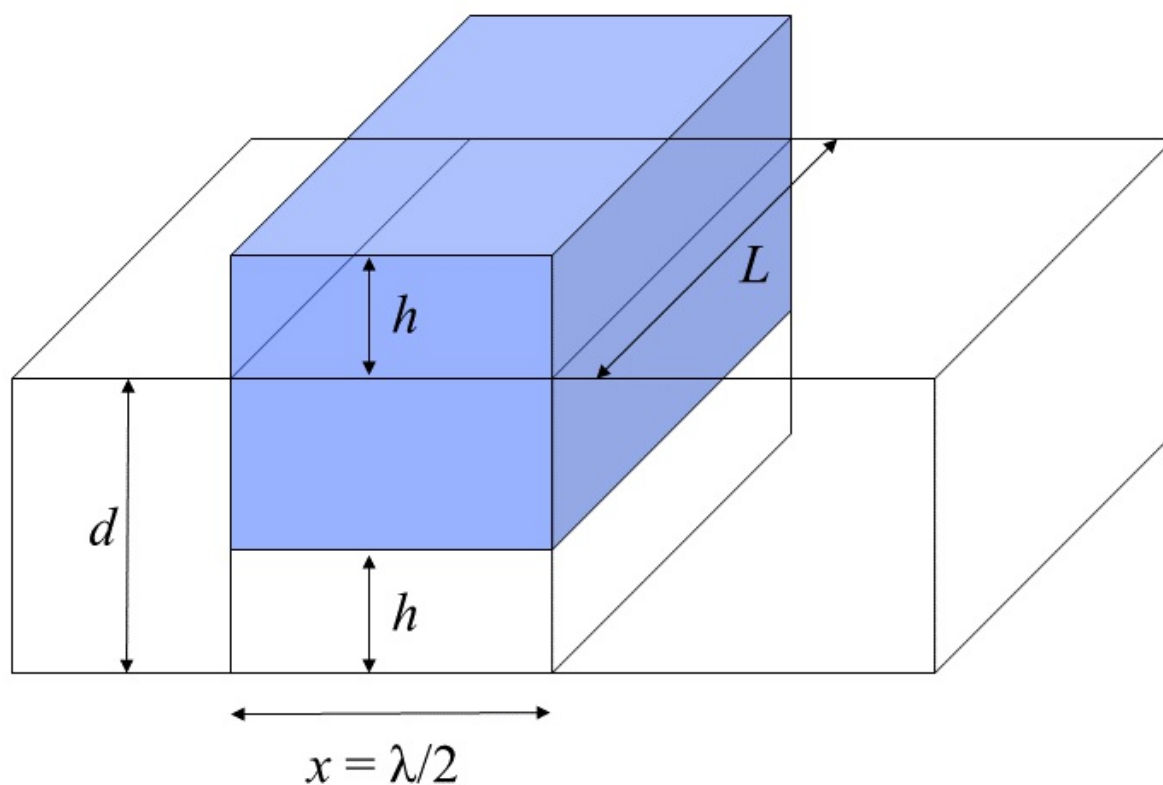


**Fig. 4:** En simplificeret model af Jorden opdelt i lag.

### C. Java Tsunami

Pangandaran-jordskælv i 2006 fandt sted 17. juli kl. 15:19:27 lokal tid og havde epicenter ud for kysten af vest- og centraljava. Den efterfølgende tsunami opstod, fordi havbunden blev forskudt. En tsunami har en meget lang bølgelængde og er derfor en lavvandsbølge. Den dannes med en meget lille amplitude.

Vi ser i det følgende på en havbund, der pludselig hæves lidt og derved igangsætter en tsunami (fig.5). Antag at energien fra jordskælv i omdannes til potentiel energi af det hævede havvand. I en simpel model vil vi approksimere det hævede havvand som en rektangulær kasse med grundareal  $\lambda L/2$  (hvor  $L \gg \lambda$ ) og højden  $h$ .



**Fig. 5:** Kassemodel for en tsunamibølge, hvor  $d$  er havdybden.

C.1	Bestem tilvæksten i potentiel energi af det hævede havvand på grund af jordskælvet. Antag at densiteten af havvand er $\rho$ .	0.4 pt.
C.2	Bestem farten af en tsunamibølge op til en dimensionsløs faktor.	1.2 pt.
C.3	Benyt et energiargument til at bestemme amplituden af en tsunamibølge som funktion af dybden, idet det antages at dybden varierer langsomt og at amplituden er $A_0$ i dybden $d_0$ .	1.3 pt.