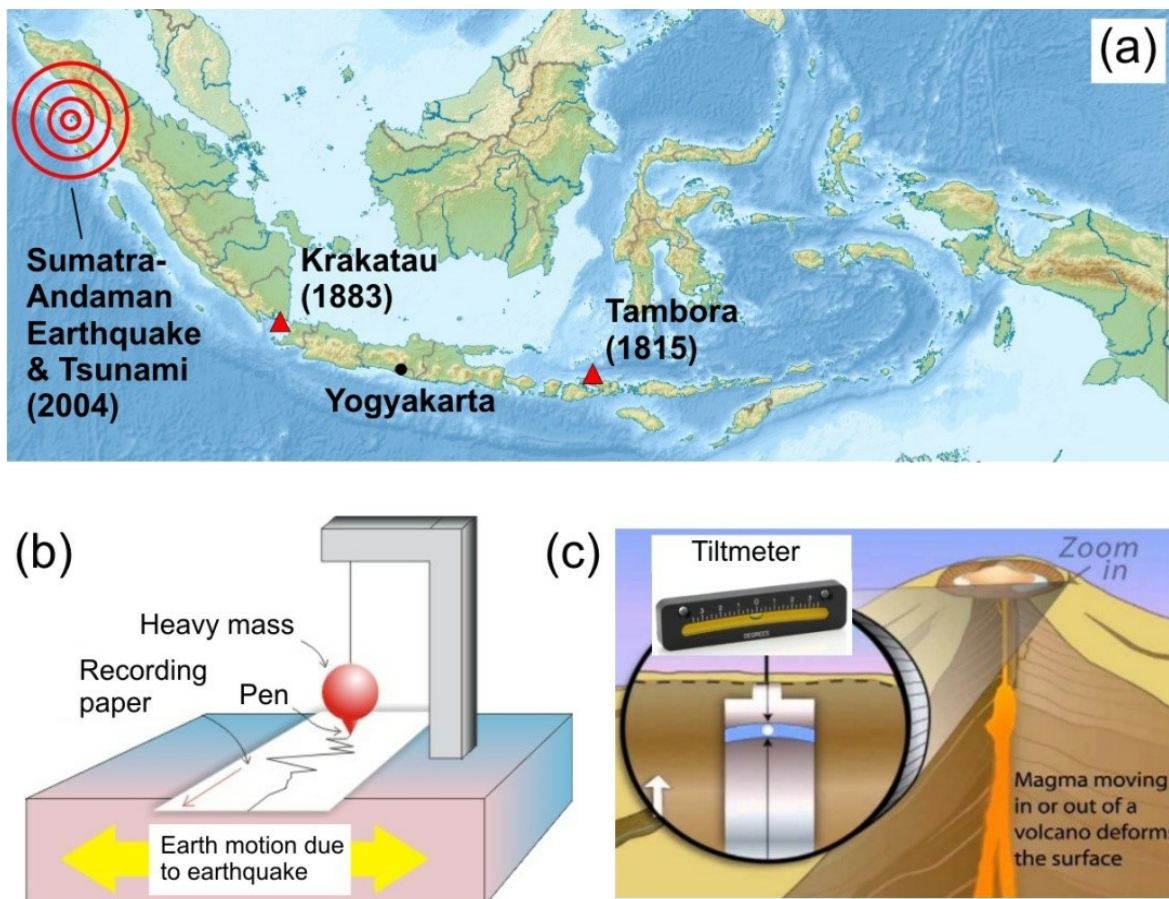


PDL-magnetfælde ("Parallel Dipole Line Magnetic Trap") til detektion af jordskælv og overvågning af vulkaner

A. Indledning



Figur. 1 (a) Kort over Indonesien med store jordskælv og vulkanudbrud. (b) Simpelt, traditionelt seismometer til måling af jordskælv. (c) "Tilt-meter" til måling af jordoverfladens hældningsændring og dermed til monitorering af vulkanaktivitet.

Indonesien er verdens største ø-gruppe med omkring 17000 øer og udsættes desværre for jordskælv og vulkanudbrud. Nogle af de værste naturkatastrofer i historisk tid er sket her, fx Sumatra-Andaman jordskælv med efterfølgende tsunami (2004), Krakatau- og Tambora-udbruddene (1883 og 1815), se Fig. 1a. Jordskælv detekteres med et *seismometer*, som traditionelt er et pendul-baseret system, der måler jordoverfladens forskydning eller acceleration (Fig. 1b). Overvågning af vulkaner sker med et *tilt-meter*, som detekterer ændringer af jordoverfladens hældning (hvilket kan skyldes underjordiske magmabevægelser) (Fig. 1c). I denne opgave vil vi undersøge fysikken bag en ny type "magnetisk fælde", som kaldes *Parallel Dipole Line (PDL) trap system* og dens anvendelse til jordskælvsdetektion og vulkanovervågning.

PDL-systemet består af to parallelt anbragte, lineære magnet-dipoler (også kaldet en *dipol-linje*) som vist i Fig. 2. To fysikere fra Indonesien opdagede for nyligt en interessant effekt i sådanne systemer: hvis

længden af dipol-linjen er længere end en vis kritisk størrelse, så bliver magnetfeltet stærkere for enden af magneterne, og så opstår der et kamelpukkel-formet potentiale som vist i Fig. 2a.* Denne "kamelpukkel-effekt" er vigtig, fordi man så kan benytte systemet som en slags "magnet-fælde" (*Parallel Dipole Line (PDL) trap*). I dette eksperiment er PDL-fælden lavet vha to såkaldt diametriske magneter, altså cylindriske magneter, hvor magnetiseringen går på tværs, langs en diameter som vist på Fig. 2c. Bemærk at nord- og syd-polerne altså er på de krumme sider og ikke på de flade endeflader.

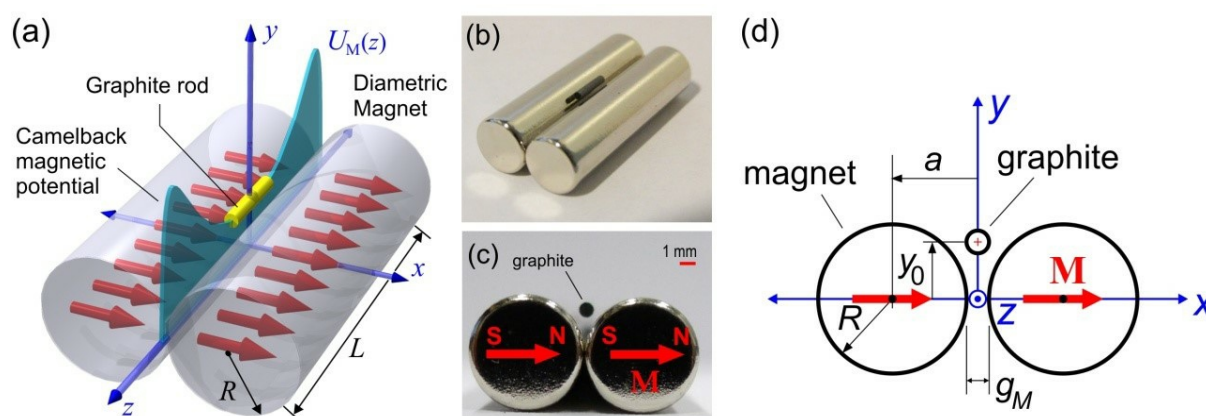
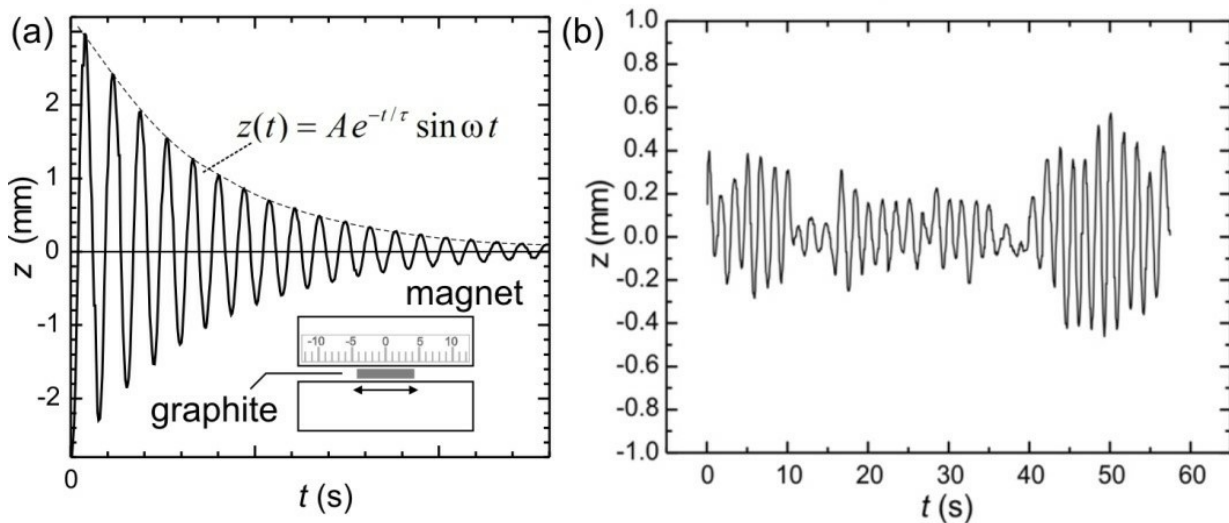


Figure 2. (a) Model af en PDL-fælde med kamelpukkel-formet potentiale langs z -aksen. (b) Eksperimentel opstilling med diametriske magneter. (c) De to diametriske magneter set fra enden med en svævende blyantsstift (grafitmine). (d) Diagram over PDL-fælden. [* Gunawan and Virgus, J. Appl. Phys. 121, 133902 (2017)].

Hvis man placerer en kort stump blyantsstift (grafitmine) i fælden, så vil den levitere (svæve) og blive "fanget" i en stabil tilstand. Dette skyldes kræfterne virkende på blyantsstiften fra de to magneter: i den vandrette retning (x) er begge kræfter frastødende, og i lodrette retning (y) ophæver de tilsammen tyngdekraften. Som resultat svæver blyantsstiften i højden y_0 (Fig. 2d). I længderetningen (z) holdes blyantsstiften stabil af det kamelpukkel-formede potentiale.

Kamelpukkel-potentialet for magnetfælden virker som en en-dimensional oscillator. Hvis man giver blyantsstiften et lille skub i z -retningen, vil den udføre svagt dæmpede (altså underdæmpede) svingninger som vist i Fig. 3a. Denne PDL-fælde kan bruges som et følsomt seismometer. Hvis jordoverfladen og dermed magneterne ryster, vil blyantsstiften forblive stabil, og dens relative forskydning (Fig. 3b) er et mål for rystelserne. På tilsvarende vis kan PDL-fælden også bruges som et følsomt tiltmeter; hvis fælden hældes en lille smule, vil blyantsstiften forskydes.



Figur 3. (a) Underdæmpede svingninger af en blyantsstift langs kamelpukkel-potentialet. (b) Seismometeranvendelse: Overfladerystelser målt med PDL-fælde.

I de næste to sektioner vil vi undersøge fysikken bag og anvendelsen af denne PDL-fælde.

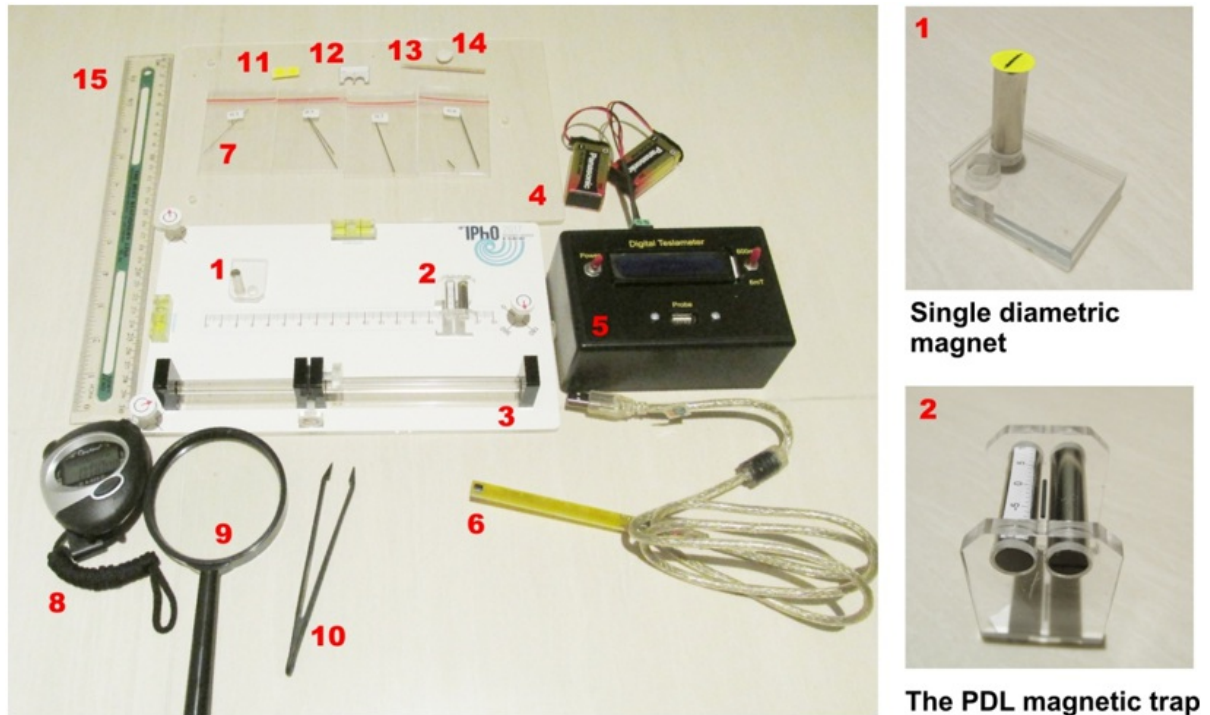
Sektion A: Grundlæggende karakteristik

- (1) Bestemmelse af magnetens magnetisering, M (2.5 pt.)
- (2) Magnetisk levitation og den magnetiske susceptibilitet, χ (1.0 pt.)
- (3) Oscillation i det kamelpukkel-formede potentiale og den magnetiske susceptibilitet, χ (1.0 pt.)
- (4) Oscillatorens kvalitets-faktor, Q (defineret nedenfor), og bestemmelse af luftens viskositet, μ_A (3.0 pt.)

Sektion B: Anvendelser

- (5) PDL-fælde som seismometer (0.5 pt.)
- (6) PDL-fælde som tilt-meter (2.0 pt.)

B. Udstyr



Figur 4. Det eksperimentelle udstyr.

1. Opstilling med enkelt diametrisk magnet. Det gule klistermærke skal sættes på enden af magneten for at vise magnetiseringsretningen.
2. Opstilling med PDL-fælde, her vist med svævende blyantsstift. Magneterne må ikke demonteres.
3. Topplade med 3 stilleskruer
4. Bundplade
5. Tesla-meter til måling af magnetfeltet. Tesla-meteret skal tilsluttes de to batterier. Der medfølger også et kabel, hvormed Hall-sonden (6) forbindes til Tesla-meteret.
6. Hall-sonde til Tesla-meteret
7. Blyantsstifter (grafitminer) med 4 forskellige diametre: HB/0.3, HB/0.5, HB/0.7, og HB/0.9. De præcise diametre står i tabellen "Constants and Data". Det bliver nødvendigt at afknække passende længder af disse blyantsstifter.
8. Stopur
9. Forstørrelsesglas
10. Pincet (umagnetisk)

11. Rundt gult klistermærke til markering af magnetiseringsretningen (nord-/sydpol) af den enkeltstående magnet
12. "Indsætnings-lineal" ("tunnellineal") til måling af levitations-højden
13. Tandstik til at skubbe til den svævende blyantstift
14. Klæbemasse (a.l.a. elefantsnot) hvormed magnetopstillingerne kan fikses til toppladen.
15. Lineal

ANVISNINGER & ADVARSEL:

1. **Enkelt-magneten skal holdes på afstand af PDL-fælden (dobbelt-magnet). De kan nemlig ramme hinanden og gå i stykker! Pas på fingrene!**
2. **Sluk Tesla-meteret når det ikke benyttes (for at spare på batteriet) !**
3. Fjern løsdelene 7 og 11-14 FORSIGTIGT fra bundpladen (4) før toppladen (3) placeres på bundpladen.
4. Toppladen kan justeres med de tre stilleskruer.

CONSTANTS AND DATA:

Radius of the diametric magnet	:	$R = 3.2 \text{ mm}$
Length of the diametric magnet	:	$L = 25.4 \text{ mm}$
Gap of the PDL trap	:	$g_M = 1.5 \text{ mm}$
Mass density of graphite	:	$\rho = 1680 \text{ kg/m}^3$
Graphite rod "HB/0.3" diameter	:	$d = 0.38 \text{ mm}$
Graphite rod "HB/0.5" diameter	:	$d = 0.56 \text{ mm}$
Graphite rod "HB/0.7" diameter	:	$d = 0.70 \text{ mm}$
Graphite rod "HB/0.9" diameter	:	$d = 0.90 \text{ mm}$
Room temperature	:	$T = 298 \text{ K}$
Magnetic permeability in vacuum	:	$\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} \text{ H/m}$
Boltzman constant	:	$k_B = 1.38064852 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
Acceleration of gravity	:	$g = 9.8 \text{ m/s}^2$

C. Eksperiment & spørgsmål

SEKTION A. FUNDAMENTALE KARAKTERISTIKA AF PDL FÆLDEN

[1] Bestemmelse af magnetiseringen (M) (2.5 pt.)

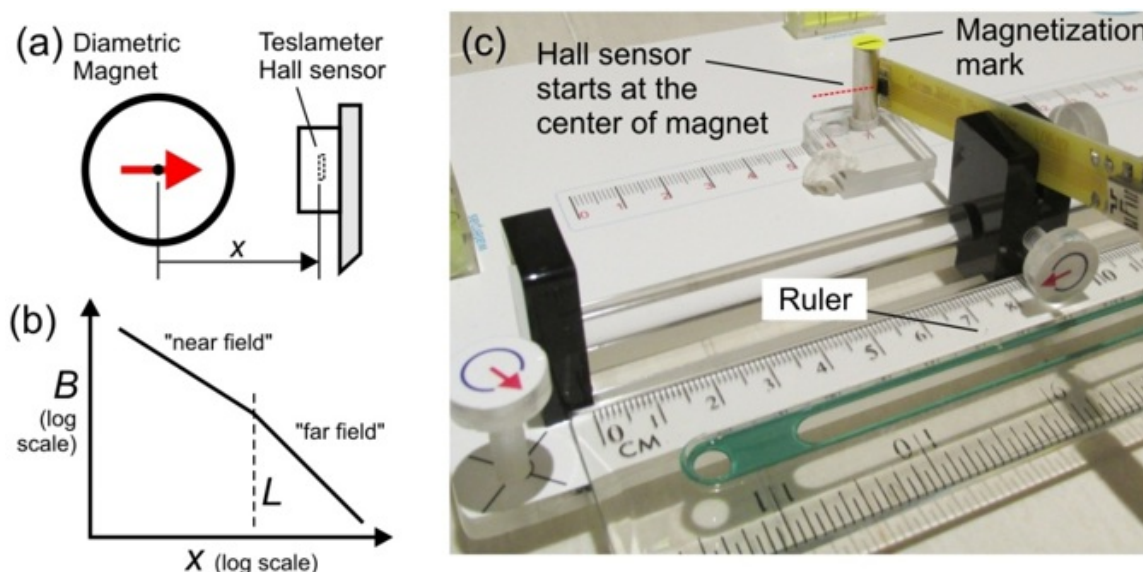


Figure 5. (a) Måling af magnetfeltet. (b) Magnetfeltets profil (c) Opstilling.

Størrelsen af magnetfeltet i fælden afhænger af det samlede dipolmoment af magneten, m . Magnetiseringen M , som er magnetisk dipolmoment per enhedsvolumen og er en materialekonstant, er for vores cylindriske magnet givet ved

$$M = \frac{m}{\pi R^2 L} \quad (1)$$

hvor R er radius og L længden af magneten (jf. tabel "constants and data"). Værdien af magnetiseringen, M , antages at være den samme for alle magneter i eksperimentet. Vi vil undersøge magnetfeltets profil og bestemme M for den givne magnet i vores PDL-fælde.

Tag den løse magnet og stil den op, som vist i fig. 5c. Sørg for at magnetiseringsretningen peger imod Hall sensoren (som vist i fig. 6a). Mål styrken af magnetfeltet langs x -aksen v.h.a. Teslameteret i nærområdet ("Dipole line" limit) $x \leq 16$ mm. I dette område er magnetfeltet, B , givet ved

$$B_I(x) = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^3 L} \quad (2)$$

hvor x -aksen er langs magnetiseringen (på tværs af cylinderformen) af magneten, som vist i fig. 6a og x er afstanden målt fra magnetens midterakse til Hall-sonden. Bemærk nulpunktsproblematikken (x_{OFFSET}) som vist i fig. 6b.

Vi vil kun lave målinger i nærområdet:

A.1	Mål Teslameterets nulvisning, B_0 uden nogen magnet i nærheden. Træk denne værdi fra i de efterfølgende målinger.	0.1 pt.
A.2	Mål magnetfeltet, B , som funktion af x i nærområdet ($7 \leq x \leq 16$ mm), hvor x er afstanden <u>målt fra centrum af magneten</u> . Mål og plot dine resultater på svararket. Følg "VINK & ANVISNINGER" nedenfor.	1.15 pt.
A.3	Brug dine eksperimentelle værdier til at bestemme eksponenten, P fra lign. (2).	0.75 pt.
A.4	Bestem magnetens magnetisering, M .	0.5 pt.

VINK & ANVISNINGER:

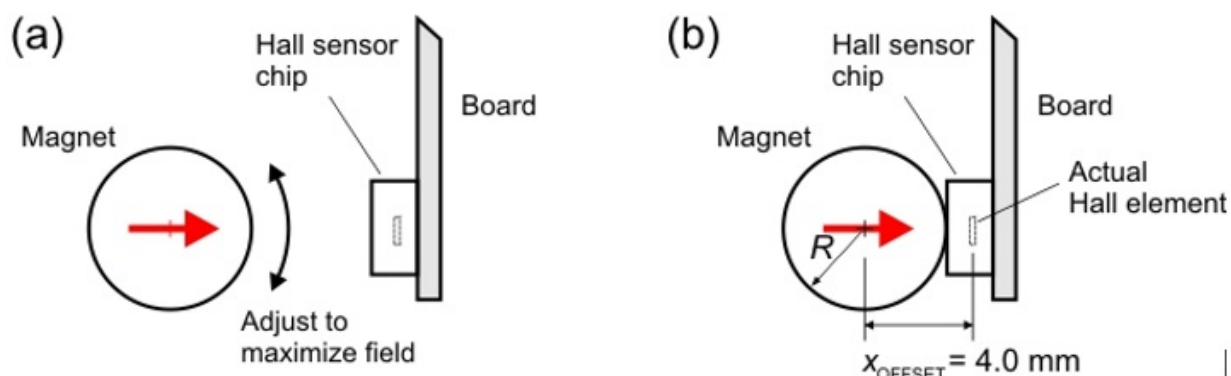


Figure 6. Måling af magnetfeltet (a) Indstilling af magnetfeltets retning (b) Nulpunktsproblematik

1. **Sluk Teslameteret, når det ikke er i brug for at spare på batteriet!**
2. For Teslameteret, Vent ca. 2 sec før aflæsning af hvert datapunkt.
3. Bemærk at x er målt fra magnetens centrum. Magnetens radius er $R = 3.2$ mm.
4. Brug den anbefalede måleopstilling i fig. 5c.
5. Indstil magnetens retning, så den peger mod Hall-sonden for at maksimere feltets styrke. Du kan bruge et gult klistermærke for at markere retningen.
6. Når Hall-sonden rører magneten er afstanden mellem magnetens centrum og Hall-sondens nulpunktsværdien $x_{OFFSET} = 4$ mm.
7. Start dine målinger med Hall-sonden ved $x = 5$ mm (altså 1 mm mellem sonde og magnet). Anvend ikke data når sonden rører magneten ($x = 4$ mm).

[2] Den magnetiske Levitations effekt og magnetisk susceptibilitet (χ) (1 pt.)

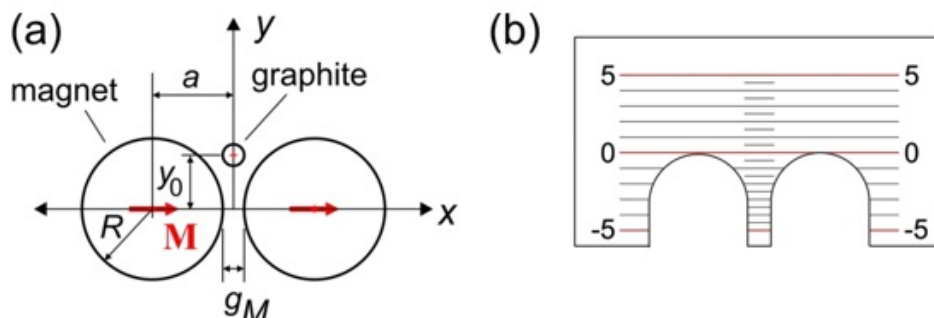


Figure 7. (a) Den magnetiske levitationeffekt i PDL-fælden. (b) Benyt den viste "tunnellineal" til at måle levitationshøjden y_0 . Anvend evt. forstørrelsesglas

PDL fælden viser også den magnetiske levitationeffekt. Blyantsstiften (graffitminen) kan bringes til at svæve i en konstant højde, y_0 , som vist på fig. 7(a). Blyantsstiften frastødes af magneten med en kraft, $F_M(y_0)$, der afhænger af den magnetiske susceptibilitet, χ , og stangens højde, y_0 . Den magnetiske susceptibilitet beskriver i hvor høj grad et materiale magnetiseres, når det udsættes for et påtrykt magnetfelt. Det optræder i sammenhængen $\mu = (1 + \chi)\mu_0$, hvor μ er den magnetiske permeabilitet af materialet. Den magnetiske frastødningskraft på stiften i PDL-fælden er givet ved

$$F_M(y_0) = -\frac{\mu_0 M^2 \chi V_r}{2} \frac{R^4}{a^5} f\left(\frac{y_0}{a}\right) \quad (3)$$

Bemærk at, når $F_M(y_0)$ er positiv er kraften opadrettet og der er et negativt fortegn i formlen. Her er V_r volumet af blyantsstiften, M er magnetiseringen per volumenenhed af magneten (fundet i spm. 1), a er afstanden til magnetens centrum givet ved $a = R + g_M/2$ (se fig. 7a), hvor $g_M = 1.5$ mm. er afstanden mellem magneterne. $f(u)$ er en dimensionsløs funktion for den magnetiske frastødningskraft i fælden givet ved

$$f(u) = \frac{4u(3-u^2)(1-u^2)}{(1+u^2)^5} \quad (4)$$

A.5	Anbring forsigtigt blyantsstiften HB/0.5 med afmålt længde 8 mm i fælden. Mål levitationshøjden, y_0 , af stiften (jf. fig. 7a). Vink: Benyt "tunnellineal" som vist i fig. 7b. Tryk linealen ned på magneterne for at aflæse højden af stiften (benyt evt. forstørrelsesglas).	0.1 pt.
A.6	Brug resultatet fra del A.5 til at bestemme den magnetiske susceptibilitet, χ , for blyantsstiften.	0.8 pt.
A.7	Hvilken slags magnetisk materiale er blyantsstiften (grafit)? Vælg en: (i) Ferromagnetisk, (ii) Paramagnetisk eller (iii) Diamagnetisk?	0.1 pt.

[3] Oscillationer i det kamelpukkelformede potentiale og magnetisk susceptibilitet (χ) (1 pts)

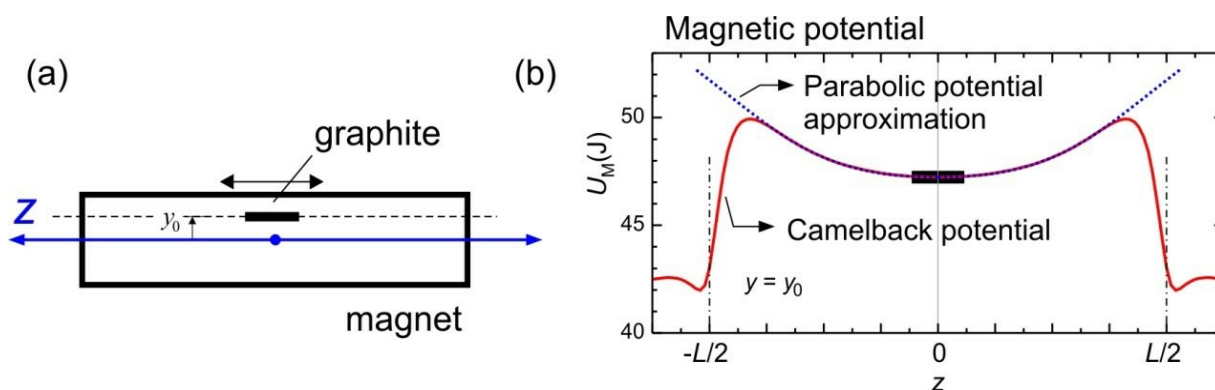


Figure 8. (a) Oscillation af blyantstift i den konstante højde y_0 . (b) Det kamelpukkelformede potentiale af PDL fælden og dens paraboliske tilnærmelse.

Vi vil uafhængigt af det forrige bestemme χ v.h.a. oscillationer i kamel-potentialet af PDL fælden som vist i fig. 8. Potentialet kan approximeres med en parabel (vist med prikket kurve i fig. 8b) så længe udsvingene er små ($z < 4$ mm) med

$$U_M = \frac{1}{2} k_z z^2 \quad (5)$$

hvor k_z er en fjederkonstant for potentialet og z er centrum for masseforskydningen af blyantsstiften. Fjederkonstanten afhænger af magnetiseringen M (fra spm. 1) og χ :

$$k_z = -C_1 \mu_0 \chi M^2 V_r \quad (6)$$

hvor μ_0 er den magnetiske permeabilitet, V_r er blyantsstiftens volumen, $C_1 = 198.6 \text{ m}^{-2}$ er en konstant for vores magnetiske fælde.

Anbring forsigtigt blyantsstiften i midten af magnetfælden (evt. v.h.a. pincet). Juster toppladens stilleskruer, således at stiften svæver i midten af fælden. Benyt en tandstik til at forskyde blyantsstiften væk fra ligevægtsstillingen. Dog ikke for tæt på enderne.

A.8	Sæt en blyantsstift "HB/0.5" af længde, $l = 8$ mm, til at oscillere med lille amplitude ($A < 4$ mm). Bestem svingningstiden (det er en dæmpet svingning, men det kan man se bort fra her).	0.2 pt.
A.9	Brug denne svingning til at beregne den magnetiske susceptibilitet, χ , for blyantsstiften.	0.8 pt.

[4] Kvalitets-faktoren (Q) for dæmpet svingning og estimat af luftens viskositet (3 pt.)

Oscillationen dæmpes pga luftmodstand, og dette kan udnyttes til at estimere luftens viskositet μ_A , da vi kender blyantsstiftens størrelse (diameter og længde). Bevægelsen kan modelleres som en underdæmpet oscillation $z(t) = Ae^{-t/\tau} \sin(\omega t)$ som vist på fig. 3(a), hvor A er begyndelsesamplituden, $\omega = 2\pi f$ er vinkelfrekvensen og t tiden. Amplituden aftager med en faktor $\exp(-t/\tau)$ hvor τ er dæmpningstidskonstanten. Dette bestemmer svingningens kvalitets-faktor Q defineret som $Q = \omega\tau/2$. Hvis $Q > 0.5$ er svingningen underdæmpet, hvis $Q = 0.5$ er den kritisk dæmpet og hvis $Q < 0.5$ er oscillationen overdæmpet. *Værdien af kvalitets-faktoren er afgørende for, om fælden kan anvendes som enten seismometer eller tiltmeter.*

Man kan (under passende antagelser) udlede følgende formel for dæmpningen τ ("damping time constant"):

$$\tau = \frac{2}{3} \frac{\rho r^2}{\mu_A} \ln\left(0.607 \times \frac{l}{r}\right) \quad (7)$$

hvor ρ , r og l er hhv. densitet, radius og længde af blyantsstiften og μ_A er luftens viskositet. Vi ønsker nu at estimere luftens viskositet v.h.a. denne model.

A.10	Vi har brug for at bestemme dæmpningen, τ , for svingningen. Brug en tegning til at skitsere, hvordan τ kan måles på en simpel måde.	0.5 pt.
A.11	Udfør eksperimenter med dæmpede svingninger på et antal blyantsstifter med fast længde, $l = 8$ mm, og forskellige diametre. Bestem konstanten τ for hver enkelt blyantsstift.	1.5 pt.
A.12	Bestem luftens viskositet, μ_A , (i denne model).	1.0 pt.

SEKTION B. ANDVENDelser

[5] PDL-fælde som seismometer (0.5 pt.)

Forestil dig, at du skal designe et seismometer baseret på PDL-fælden. For et seismometer ønskes en meget høj følsomhed eller *meget lav "noise floor" acceleration* (den laveste acceleration, fælden kan detektere). "Noise floor" accelerationen er givet ved

$$a_n = \sqrt{\frac{4k_B T \omega}{Q m_R}} \quad (8)$$

i SI-enheden $\text{m}/(\text{s}^2 \text{Hz}^{0.5})$, hvor k_B er Boltzmanns konstant, T er den absolutte rumtemperatur (se "Constants and Data") og m_R er blyantsstiftens masse. I spm. 4 har du bestemt τ for forskellige diameter af blyantsstifter. Udpeg den, som du mener er bedst egnet til et seismometer.

B.1	Hvilken diameter blyantsstift vil du vælge?	0.2 pt.
B.2	Udregn seismometerets "noise floor" acceleration a_n for dit valg af diameter af blyantsstift.	0.3 pt.

[6] PDL-fælde tilt-meter (2 pt.)

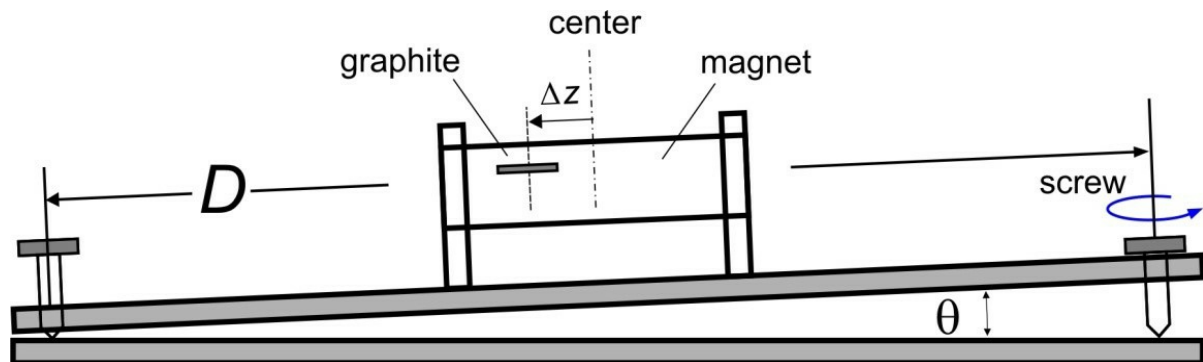


Figure 9. PDL-fælde system anvendt som tilt-meter

Vi vil undersøge en PDL-fældes funktionalitet som et følsomt tilt-meter til at overvåge en vulkan. Ændringen i jordoverfladens hældning simuleres ved at dreje på en velvalgt stilleskrue. Vi ønsker at bestemme gevindstighøjden per omdrejning S , hvor S er højdeændringen per omdrejning. Vi viser at forskydningen af blyantsstiften i fælden kan benyttes til at måle hældningen (tilt) meget præcist.

Benyt blyantstift HB/0.5 med længde $l = 8 \text{ mm}$ i dette eksperiment. Start i centerpositionen. Antag at det kamelformede potentiale kan approximeres som et harmonisk potentiale som i spm. 3.

B.3	Udled en teoretisk sammenhæng mellem forskydningen Δz og gevindstigningen S og antal skrueomdrejninger N .	0.5 pt.
B.4	En eksperimentelt sammenhæng udføres ved langsomt at dreje en skrue og måle blyantsstiftens forskydning Δz imod antal skrueomdrejninger N . Bestem gevindstigningen S .	1.25 pt.

B.5	Når jordoverfladens hældning ændres ønsker vi at blyantsstiften går til ligevægtspositionen så hurtigt som muligt (i stedet for at svinge i en lang periode) for at opnå en nem aflæsning. Hvilken kvalitetsfaktor Q er ideel for et tilt-meter.	0.25 pt.
------------	--	----------