

Anvendelse af laserafbøjningsmålinger til bestemmelse brydningsindeksets opførsel øverst i en saltopløsning, samt bestemmelse af saltopløsningers diffusionskoefficienter.

I. Indledning

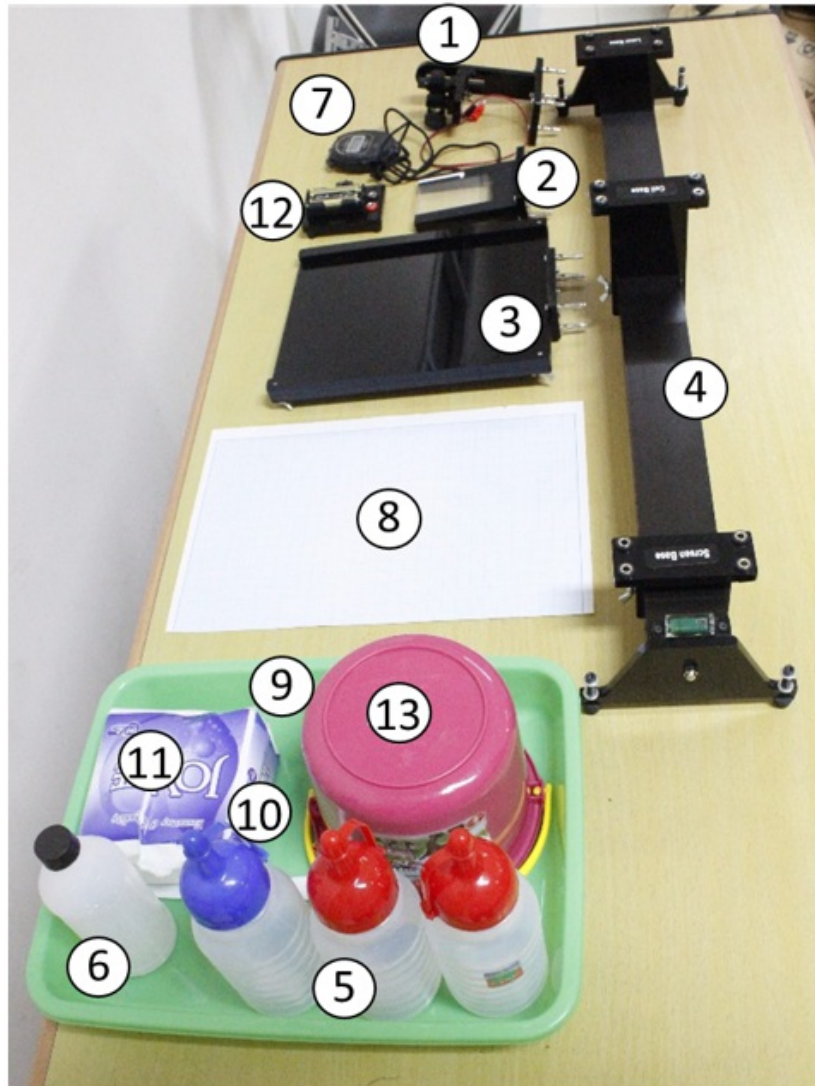
Diffusion er en proces, der involverer en "random walk" af atomer eller molekyler, hvorved et system føres frem mod dets termodynamiske ligevægt. Diffusion forekommer fx, som i dette eksperiment, i en beholder med en blanding af vand og en saltopløsning. Her vil der være en diffusiv strømning af saltmolekyler, der bevæger sig fra områder med høj saltkoncentration til områder med lavere saltkoncentration. Diffusionshastigheden er karakteriseret ved den såkaldte *diffusionskoefficient*, D . Diffusionsprocesser spiller en afgørende rolle i mange sammenhænge, helt fra biokemi til astrofysik.

Denne eksperimentelle opgave handler om diffusion af saltmolekyler, som vil bevæge sig diffusivt fra en given saltopløsning til et område med destilleret vand, hvorved der dannes et grænselag med varierende saltkoncentration. Brydningsindekset af denne opløsning afhænger af saltkoncentrationen. Man kan altså studere diffusionsprocessen gennem optiske eksperimenter med afbøjning af lysstråler (i dette eksperiment: et plant bundt af laserlys).

II. Formål

1. Bestemmelse af diffusionskoefficienten for diffusionen af salt fra en saltvandsopløsning ind i rent vand gennem måling af gradienten af brydningsindekset.
2. Bestemmelse af diffusionskoefficientens ændring med saltkoncentrationen.

III. Anvendt udstyr

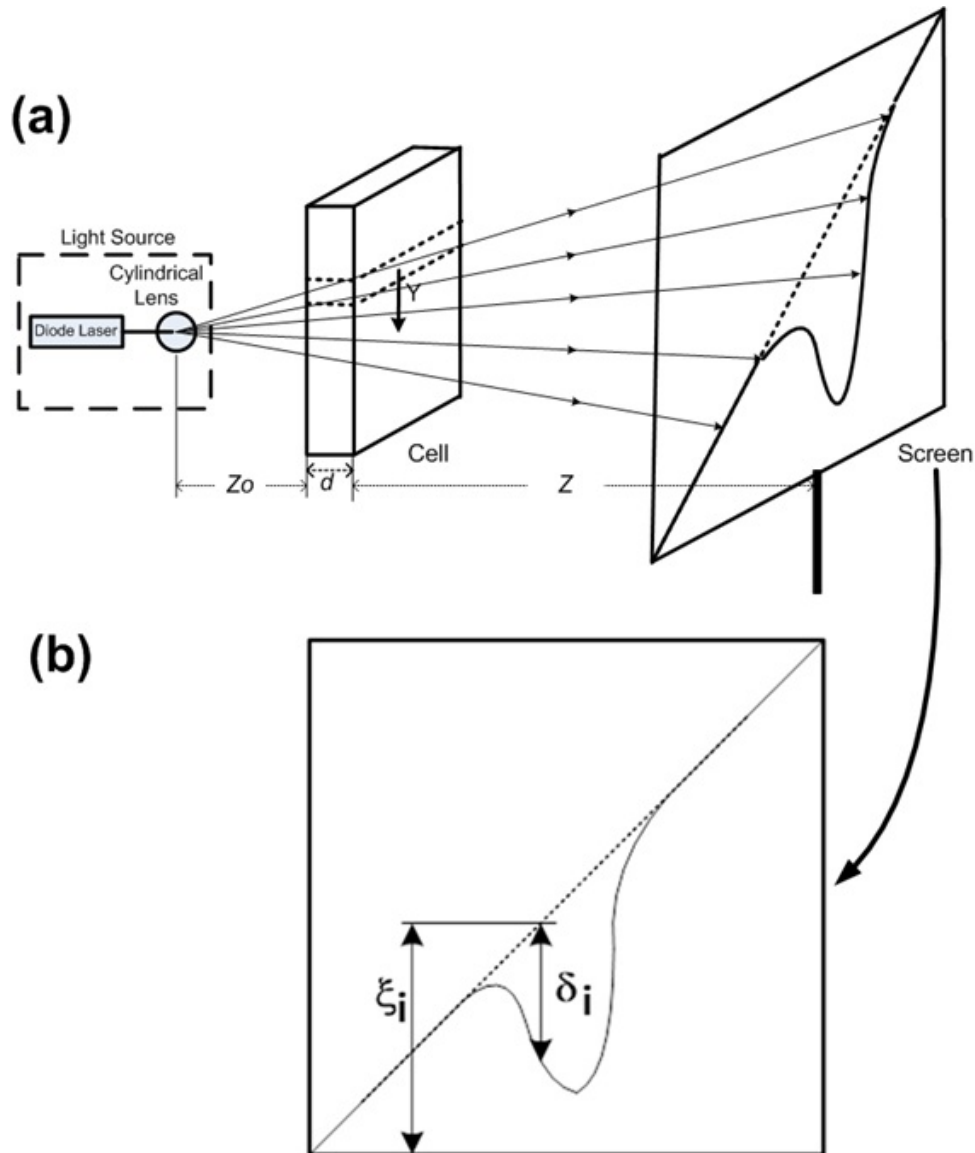


Figur 1. Udstyr til dette eksperiment.

1. Lysmodul (diodelaser med $\lambda = 632 \text{ nm}$ og cylindrisk linse, der genererer et plant lysbunt)
2. Diffusionscelle (6.5 cm x 0.8 cm x 9.5 cm) med holder
3. Skærm med holder
4. Optisk skinne med længdemarkering
5. Tre saltvandsopløsninger
6. Tildrypningsvand (destilleret)
7. Stopur
8. Millimeterpapir
9. Pipette til idrypning af destilleret vand
10. Plastikkniv til rengøring (med 11)

11. Papirlommetørklæder til rengøring
12. Batteri
13. Spand til brugt væske

Diagram over den eksperimentelle opstilling ses på Figur 2.



Figur 2. (a) Diagram over eksperimentet. **Diffusionscellen indeholder en saltopløsning med et grænselag af destilleret vand foroven. (b)** Typisk "deflectogram" som viser forløbet af den afbøjede laserstråle på skærmen, når der foregår diffusion mellem opløsning 1 og opløsning 2.

For at finde brydningsindeksgradienten som funktion af den lodrette position i væsken må vi først opstille en sammenhæng mellem den lodrette position på skærmen (ξ) og den lodrette højde i diffusionscellen (Y), samt en sammenhæng mellem den lodrette afbøjning (δ) og brydningsindeksgradienten (dn/dY). Det følger af opstillingens geometri (se Figur 2), at:

$$Y_i = \frac{\xi_i Z_0}{Z_0 + d + Z} \quad (1)$$

hvor Z_0 , Z og d som vist i Figur 2(a) betegner afstanden mellem lysmodulet og diffusionscellen, afstanden mellem diffusionscellen og skærmen samt diffusionscellens tykkelse. **Ved opmåling af Z_0 : bemærk at stregmærket på lysmodulet viser positionen af den cylindriske linse.**

Diffusionscellens tykkelse (d) og brydningsindeksgradienten er begge så små, at vi kan se bort den lodrette forskydning af strålen, der skyldes brydning inde i cellen. I denne approksimation tilbagelægger hver stråle altså næsten samme konstante lodrette højde inde i cellen og afbøjes i henhold til en enkelt brydningsindeksgradient svarende til denne højde.

Man kan vise at:

$$\left(\frac{dn}{dY} \right)_i = \frac{\delta_i}{Zd} \quad (2)$$

Eksperimentel fremgangsmåde:

- Opstillingens komponenter skal samles i henhold til Figur 2(a). På den måde kan man få det afbøjede laserlysspor til at fremstå på skærmen som vist i Figur 2b.
- Sørg for at laseren er tændt, og at der dannes en diagonal linje af lys på skærmen, når lysstrålerne rammer vinkelret ind på diffusionscellen. Det kan være nødvendigt at justere Z , Z_0 , og fokallængden (brændvidden) af laseren, så linjen bliver klar og fokuseret. Dette gøres ved at dreje bagenden af laseren. Man kan også justere den diagonale linjes retning ved at rotere hele laser-enheden (laseren løsnes og fastspændes vha skruen på toppen). Den diagonale linje er en ret linje, når der ikke er noget i diffusionscellen.
- Laserlyssporet vil krumme, når der foregår diffusion mellem to forskellige væskelag. Det er vigtigt at saltopløsningen hældes i diffusionscellen først, og at der fyldes op til den hvide streg. Herefter dryppes ca. 40 dråber af det destillerede vand *langsomt* ned langs sidevæggen i den kvadratiske tildrypningskanal. Brug pipetten. Når dette er gjort, startes stopuret, idet der *skal* hengå 30 minutter før lasermønsteret opmåles på skærmen. Proceduren skal gentages for de andre saltopløsninger, men man kan benytte de første minutter af den første ventetid til at optimere indstillingen af Z , Z_0 og laserens højde. Indstillingen er optimal, når det afbøjede laserspor på skærmen er centreret, står skarpt og når afbøjningen i midten er så dyb som muligt. Det er *vigtigt* at nå frem til denne optimale indstilling for at minimere måleusikkerheden.
- Millimeterpapiret skal fastgøres på skærmen: brug skruen i hjørnet af skærmen. Når der er gået 30 minutter, skal du aftegne lasersporet på millimeterpapiret. Brug en blyant.
- Der er tre forskellige saltopløsninger (med koncentrationer $C_0 = 23$ g/150 ml, $C_0 = 28$ g/150 ml og

$C_0 = 33 \text{ g/150 ml}$), og hver af dem skal opmåles på denne måde. Optimeringen beskrevet ovenfor udføres dog alene for den første opløsning.

- Du skal skrive dit "student code number" og den pågældende saltopløsnings koncentration på hvert millimeterpapir.

IV. Eksperimenter og opgaver

A: Måling af brydningsindeksgradienten af saltopløsningerne (4.5 points)

Proceduren nedenfor gentages for alle tre saltopløsninger. Der forventes ingen vurdering af måleusikkerheder.

A.1	Udfør eksperimentet så der fremkommer et afbøjet laserlysspor på skærmen. Spænd millimeterpapiret fast på skærmen og brug en blyant til at kopiere sporet over på millimeterpapiret efter diffusionstiden (t) = 30 minutter.	1.2 pt.
A.2	Udvælg 20 passende punkter på den aftegnede kurve, $i = 1, \dots, 20$, og opmål for disse punkter Z , d , Z_0 , ξ_i og δ_i svarende til diffusionstiden $t = 30$ minutter. Alle målinger skal anføres i cm. Bemærk at Z , d and Z_0 er uændret i de tre eksperimenter. Skriv måleresultaterne i "Table 1".	1.5 pt.
A.3	Beregn Y_i og $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ (for alle 20 målinger, $i = 1, \dots, 20$, svarende til diffusionstiden $t = 30$ minutter). Bemærk at Z , d og Z_0 er ens for hver måling. Skriv resultaterne i "Table 2". Lav et plot af $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ som funktion af Y_i for $t = 30$ minutter.	1.5 pt.
A.4	Bestem for hver af opløsningerne værdien af Y_i hvor $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ er maksimal iflg. spørgsmål A3. Denne værdi af Y_i kaldes h på svararket.	0.3 pt.

B: Bestemmelse af diffusionskoefficienterne (4.2 points)

Kurverne fra spørgsmål A.3 kan fittes vha følgende to ligninger:

$$\left(\frac{dn}{dY}\right)_i = \left(\frac{dn}{dC}\right) \left(\frac{dC}{dY}\right)_i \quad (3)$$

$$\left(\frac{dC}{dY}\right)_i \approx \frac{C_o}{2\sqrt{\pi Dt}} e^{-\frac{(h-Y_i)^2}{4Dt}} \quad (4)$$

hvor C , C_0 , D , t , og h står for hhv. koncentration, begyndelseskonzentration af saltopløsning, diffusionskoefficient, diffusionstid, og Y_i ved maksimal brydningsindeksgradient (dn/dY). Bemærk at (dn/dC) er en konstant. Diffusionskoefficienten findes ved - ud fra ligning (3) og (4) - at opstille en linear sammenhæng mellem $(dn/dY)_i$ og Y_i .

B.1	Brug ligningerne (3) og (4) til at finde funktioner $f\left(\frac{dn}{dY}\right)$ og $g(Y)$ således at der en lineær sammenhæng mellem $f\left(\frac{dn}{dY}\right)$ og $g(Y)$.	0.9 pt.
B.2	Lav tabeller ("Table 3" på svararket) til datapunkter, første-akse og anden-akse svarende til den lineære relation fra B1 og indfør data fra opgave A. Lav plot af disse tabeller.	1.8 pt.
B.3	Brug de lineære plot fra B2 til at besteme diffusionskoefficienterne D (for data opmålt ved $t = 30$ minutter). Bemærk at den lineære sammenhæng kun kan forventes at passe med en delmængde af dine data.	1.5 pt.

C. Nonlinear diffusion (1.3 points)

C.1	Analysen ovenfor er baseret på en antagelse om at D er uafhængig af C . Hvis dette ikke er tilfældet, er der tale om såkaldt ikke-lineær diffusion. I så tilfælde kan man - i det mindste i nærheden af maksimummet for $\frac{dn}{dY}$ - betragte det som almindelig diffusion, med en diffusionskoefficient svarende til den lokale koncentrationsværdi. Brug data fra afsnit B til at lave en grafisk bestemmelse (D mod C_0) af "rate of change of the diffusion coefficient with the change of salt solution concentration".	1.3 pt.
------------	---	---------